

**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**

---

---

ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

SELECCIÓN Y LOCALIZACIÓN ÓPTIMA DE  
DISPOSITIVOS DE DESCONEXIÓN EN LA  
PLANEACIÓN DE SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN  
RADIALES

**TESIS**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

**MAESTRO EN CIENCIAS CON ESPECIALIDAD**

**EN INGENIERÍA ELÉCTRICA**

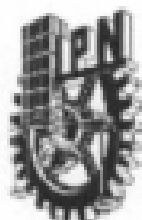
PRESENTA

**ROGELIO DÍAZ FLORES**



MÉXICO D.F.

MARZO 2004



# INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL

## COORDINACION GENERAL DE POSGRADO E INVESTIGACION

### ACTA DE REVISION DE TESIS

En la Ciudad de México, D. F. siendo las 16:30 horas del día 5 del mes de Diciembre del 2003 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de la E. S. I. M. E. para examinar la tesis de grado titulada:

**"SELECCION Y LOCALIZACION OPTIMA DE DISPOSITIVOS DE DESCONEXION EN LA PLANEACION DE SISTEMAS DE DISTRIBUCION RADIALES"**

Presentada por el alumno:

**DIAZ**

**FLORES**

**ROGELIO**

Apellido paterno

materno

nombre(s)

Con registro:

0	1	0	6	0	5
---	---	---	---	---	---

Aspirante al grado de:

**MAESTRO EN CIENCIAS**

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **SU APROBACION DE LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

#### LA COMISION REVISORA

Director de tesis

M. EN C. GILBERTO ENRIQUEZ HARPER

DR. DANIEL OLGUIN SALINAS

DR. JAIME ROBLES GARCIA

DR. JOSE ALBERTO GOMEZ HERNANDEZ

DR. RICARDO MOTA PALOMINO

M. EN C. GUERROS REYES GARCIA

EL PRESIDENTE DEL COLEGIO

DR. FLORENCIO LANCHEZ SILVA

SECCION DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACION





INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL  
COORDINACION GENERAL DE POSGRADO E INVESTIGACION

CARTA CESION DE DERECHOS

En la Ciudad de México, Distrito Federal, el día 03 del mes de Febrero del año 2004, el que suscribe Rogelio Díaz Flores alumno del Programa de Maestría en Ingeniería Eléctrica con número de registro A010605, adscrito a la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la ESIME Unidad Zacatenco, manifiesta que es autor intelectual del presente Trabajo de Tesis bajo la dirección del M. en C. Gilberto Enriquez Harper y cede los derechos del trabajo titulado: SELECCIÓN Y LOCALIZACIÓN ÓPTIMA DE DISPOSITIVOS DE DESCONEXIÓN EN LA PLANEACIÓN DE SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN RADIALES, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, graficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección: [rdiazf@ipn.mx](mailto:rdiazf@ipn.mx), [royerdf77@hotmail.com](mailto:royerdf77@hotmail.com).

Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Rogelio Díaz Flores

Nombre y firma

---

---

## DEDICO ESTE TRABAJO

### **A MIS PADRES:**

Juan Díaz Torres y Magdalena Flores Cruz.

Quienes con la confianza, cariño y apoyo, sin escatimar esfuerzo alguno me han ayudado a lo largo de mi trayectoria escolar y en cada uno de los retos que me he propuesto, por enseñarme que el amor y la comprensión en la familia lo pueden todo en la vida, por compartir tristezas y alegrías, éxitos y fracasos, por todos los bellos detalles que me han brindado durante mi vida, por hacer de mi lo que soy. A ambos les debo todo lo que soy en la vida.

### **A MIS HERMANOS:**

Simón, Chela, Chofi, Luisa, Isabel, Guadalupe, Augusto, Alejandro y Bety.

Porque me han apoyado y animado siempre a vencer los retos que se presentan, por el cariño y la confianza que nos tenemos, el cual nos ha hecho permanecer siempre juntos.

### **A MARY Y ALFREDITO:**

Por todo el amor que me han dado, por todos los momentos que hemos vivido juntos y el apoyo que me han brindado en todo este tiempo para lograr mis objetivos. Los quiero mucho.

---

---

## AGRADECIMIENTOS

A todos los profesores de la SEPI de Ingeniería Eléctrica, por su colaboración en mi formación académica, así como a todos aquellos maestros de los que he aprendido a lo largo de mi formación.

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento al director de esta tesis, M. en C. Gilberto Enríquez Harper, por haber contribuido en la dirección de este trabajo, además por su apoyo e interés durante la realización de éste.

Un agradecimiento muy especial al Dr. José Alberto Gómez Hernández por su apoyo incondicional, consejos y sugerencias que fueron pieza clave en el desarrollo de este trabajo de tesis. Así mismo reconozco su espíritu humano que me motiva a continuar en el camino de la superación.

A las instituciones:

- CONACYT
- IPN
- PIFI

Por el apoyo económico recibido durante los estudios de maestría y desarrollo de esta tesis.

A mis compañeros y amigos por brindarme su apoyo y amistad incondicional durante mi estancia, en especial a Alberto Rivera Ayon, Baruch Barragán Gómez, Fabián García, Ernesto Meléndez, Ismael Albino Padilla, José del Carmen Gómez Vázquez, Joel Morantes Aquino, Uriel Uribe Fernández, José Antonio Castillo, Atalo de Santillana Verdín, Enrique Roldan Martínez, Rodrigo Ocón, Juan Carlos Ramírez, Alicia Vega, Yamil Aldana, Adrián Caballero, Brenda Romero, Ángel David Trujillo, Rogelio Piedra, Alfredo Palma, Jonás, sin olvidar a aquellos de los que no hago mención.

---

---

## RESUMEN

Desde el punto de vista de evaluación de confiabilidad, las redes de distribución han recibido menor atención que las fuentes de generación y los medios de transmisión, la razón es que una falla en estos elementos tiene un impacto mayor en la confiabilidad del sistema eléctrico de potencia. Las redes de distribución no son muy complejas en su topología y una falla tiene un alcance local por lo que una inversión para aumentar la confiabilidad sólo beneficiaría a pocos usuarios. Un análisis estadístico de fallas muestra que los sistemas de distribución representan entre el 80% y 90% del total de las interrupciones del suministro de energía a los consumidores. En los últimos años los sistemas de distribución han empezado a recibir más atención debido a políticas de calidad de la energía, reestructuración y procesos de privatización del sector eléctrico.

En esta tesis se presenta una técnica para determinar el número óptimo de dispositivos de desconexión en sistemas de distribución radial, así como su localización en los puntos más débiles de la red garantizando mayor confiabilidad al reducir los tiempos de interrupción en el suministro de energía eléctrica. Se consideran contingencias que se modelan por medio de cortes mínimos y funciones de costo de la curva compuesta de daño al consumidor para los diferentes sectores (industrial, comercial, agrícola, residencial, oficinas, instituciones gubernamentales y grandes usuarios). También se incluyen los costos de inversión asociados con la instalación de los dispositivos de desconexión por lo que habrá que llegar a un punto de equilibrio entre el beneficio obtenido y el costo requerido. Este problema de optimización es no lineal entero, combinatorio y no diferenciable, con infinidad de soluciones.

Para la solución del problema de optimización se desarrolla una herramienta computacional en lenguaje **FORTRAN** utilizando dos técnicas. Una técnica de enumeración incorporada a una búsqueda directa y una técnica de enumeración combinada con una aproximación de búsqueda por bisección, los resultados de las dos técnicas son comparados al utilizar sistemas de prueba IEEE de distribución radial.

---

---

## ABSTRACT

From the point of view of reliability evaluation, the distribution networks have received less attention than the generation sources and the transmission means, the reason is that a failure in these elements has a bigger impact in the reliability of the electric power system. As the distribution networks are not very complex in their topology and a failure has a local reach, an investment to increase the reliability would only benefit a few users. A statistical analysis of failures shows that the distribution systems represent between 80% and 90% of the total of the interruptions from the energy supply to the consumers. During in the last years the distribution systems have received more attention due to quality energy politics, restructuring and processes of privatization of the electric sector.

In this thesis a technique to determine the optimal number of devices to be disconnected in radial distribution systems is presented, as well as its localization in the weaker points in the network guaranteeing higher reliability when reducing the times of interruption in the electric power supply. Contingencies modeled by means of minimal cuts and cost functions from the curve composite of damage to the consumer for the different sectors (industrial, commercial, agricultural, residential, offices, institutions government and large users) are considered. As the investment costs associated with the installation of the disconnect devices are also included, it will be necessary to arrive to a balance point between the obtained benefit and the required cost. This problem of optimization is nonlinear integer, combinatorial and nondifferentiable, with infinity of solutions.

For the solution of the optimization problem, a computational FORTRAN tool is developed using two techniques. An enumeration technique incorporated to a direct search and an enumeration technique combined with a bisection search approach, the results of the two techniques are compared with IEEE radial distribution test systems.

---

---

# ÍNDICE

	Pág.
RESUMEN	i
ABSTRACT	ii
ÍNDICE	iii
ÍNDICE DE FIGURAS	viii
ÍNDICE DE TABLAS	xi
SIMBOLOGÍA Y SIGLAS	xiii

## **CAPÍTULO 1 GENERALIDADES**

1.1 INTRODUCCIÓN	1
1.2 OBJETIVO DE LA TESIS	2
1.3 JUSTIFICACIÓN DE LA TESIS	2
1.4 ESTADO DEL ARTE	2
1.4.1 Planeación de sistemas de distribución	5
1.4.2 Costo de interrupción a clientes en el servicio eléctrico	7
1.5 APORTACIONES DE LA TESIS	11
1.6 ESTRUCTURA DE LA TESIS	11

## **CAPÍTULO 2 TEORÍA DE CONFIABILIDAD APLICADA A SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN**

2.1 INTRODUCCIÓN	13
2.2 MÉTODO DE MARKOV	14
2.3 TÉCNICA DE FRECUENCIA Y DURACIÓN	19
2.4 ÍNDICES DE CONFIABILIDAD	23



---

---

2.5 ÍNDICES ADICIONALES DE INTERRUPCIÓN	27
2.5.1 Conceptos	27
2.5.2 Índices orientados a los clientes	28
2.5.3 Índices orientados a la carga y energía	30
2.6 APLICACIÓN DEL MÉTODO DE CORTES A LA EVALUACIÓN DE LA CONFIABILIDAD DE REDES ELÉCTRICAS	32
2.7 DESCRIPCIÓN DEL GRAFO MODELADOR	34
2.8 CREACIÓN DEL GRAFO MODELADOR	35

### **CAPÍTULO 3**

#### **DESCRIPCIÓN DE LA METODOLOGÍA PARA LA ASIGNACIÓN ÓPTIMA DE DISPOSITIVOS DE DESCONEXIÓN**

3.1 INTRODUCCIÓN	39
3.2 MÉTODOS DE EVALUACIÓN PARA LA LOCALIZACIÓN ÓPTIMA DE DISPOSITIVOS DE DESCONEXIÓN	41
3.2.1 Descripción del método de búsqueda directa	41
3.2.2 Descripción del método de búsqueda por bisección	42
3.3 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN	43
3.4 DESARROLLO DEL ALGORITMO	46
3.4.1 Técnica de enumeración	46
3.4.2 Técnica de búsqueda directa	47
3.4.3 Técnica de búsqueda por bisección	48
3.5 CONFIABILIDAD DE SISTEMAS RADIALES	50
3.6 PREDICCIÓN DEL SISTEMA	54
3.7 APLICACIÓN A SISTEMAS RADIALES	55
3.8 EFECTO DE LAS PROTECCIONES EN LAS LÍNEAS LATERALES	58
3.9 EFECTO DE INSTALAR DISPOSITIVOS DE DESCONEXIÓN	59
3.10 EFECTO DE LAS FALLAS EN LAS PROTECCIONES	61

---

---

**CAPÍTULO 4****APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA A SISTEMAS DE PRUEBA**

4.1 INTRODUCCIÓN	65
4.2 SISTEMAS DE ESTUDIO 1	65
4.2.1 Caso de prueba No. 1: red de distribución radial sin suministro alternativo.	65
4.2.2 Aplicación al sistema de estudio	66
4.2.3 Caso de prueba No. 2: red de distribución radial con suministro alternativo	70
4.3 SISTEMA DE ESTUDIO 2	72
4.3.1 Caso de prueba No. 1: red de distribución radial sin suministro alternativo	72
4.3.2 Caso de prueba No. 2: red de distribución radial con suministro alternativo	76

**CAPÍTULO 5****CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES Y TRABAJOS FUTUROS**

5.1 INTRODUCCIÓN	81
5.2 CONCLUSIONES	81
5.3 RECOMENDACIONES	82
5.4 TRABAJOS FUTUROS	83

<b>REFERENCIAS</b>	<b>85</b>
--------------------	-----------

**APÉNDICE A****CONFIABILIDAD DE SISTEMAS**

A.1 INTRODUCCIÓN	89
A.2 MÉTODOS PARA EVALUAR LA CONFIABILIDAD	90
A.3 TÉCNICAS DE EVALUACIÓN	91
A.4 CONFIABILIDAD EN SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN	92
A.4.1 Método de la probabilidad condicional	93

---

---

A.4.2 Método de cortes mínimos	94
A.4.3 Método de conexiones mínimas	95
A.4.4 Método de la matriz de conexión	95
A.4.5 Árbol de eventos	96
A.5 EVALUACIÓN DE CONFIABILIDAD DE SISTEMAS SIMPLES	96
A.5.1 Sistema serie	97
A.5.2 Sistema paralelo	98
A.6 SISTEMA SERIE PARALELO	99
A.7 SISTEMAS PARCIALMENTE REDUNDANTES	103
A.8 SISTEMAS REDUNDANTES EN ESPERA	106
A.8.1 Conmutación perfecta	106
A.8.2 Conmutación imperfecta	107
A.9 CONCEPTOS DE CONFIABILIDAD PARA SISTEMAS	109
A.9.1 Definiciones	109
A.9.2 Modos de falla de un componente	110
A.9.3 Modos de salida de un componente	111
A.9.4 Causas de las salidas	112

## **APÉNDICE B**

### **CONCEPTOS DE INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES**

B.1 INTRODUCCIÓN	117
B.2 TERMINOLOGÍA USADA EN EL ANÁLISIS DE REDES.	117
B.3 TRAYECTORIAS	119
B.4 TRAYECTORIAS MÍNIMAS	124
B.5 CORTES	126
B.5.1 Corte mínimo	126
B.5.2 Deducción de cortes mínimos de primer orden	127
B.5.3 Deducción de cortes mínimos de segundo orden	128
B.5.4 Deducción de cortes mínimos de tercer orden	129

---

---

## **APÉNDICE C**

### **TEORÍA DE OPTIMIZACIÓN CLÁSICA**

C.1 INTRODUCCIÓN	133
C.2 TÉRMINOS USADOS EN OPTIMIZACIÓN	134
C.3 TÉCNICAS PARA DETERMINAR LA CONFIABILIDAD ÓPTIMA DE SISTEMAS	136
C.4 PROBLEMAS DE EXTREMOS NO RESTRINGIDOS	139
C.5 CONDICIONES NECESARIAS Y SUFICIENTES PARA EXTREMOS	141
C.6 EL MÉTODO DE NEWTON –RAPHSON	145
C.7 ALGORITMOS NO LINEALES IRRESTRICOTOS	146
C.7.1 Método de búsqueda directa	146
C.7.2 Método del gradiente	146

## **APÉNDICE D**

### **ESTRUCTURA Y CÓDIGO FUENTE DEL PROGRAMA DIGITAL**

D.1 DESCRIPCIÓN DEL PROGRAMA DIGITAL	149
D.2 DESCRIPCIÓN DE LAS SUBROUTINAS ALCON Y CURVA	150
D.3 DATOS PARA EJECUTAR EL PROGRAMA DIGITAL	150
D.4 FORMATOS DE ARCHIVOS DE ENTRADA Y SALIDA	152
D.4 CÓDIGO FUENTE “BERNOULLI”	155

---

---

## ÍNDICE DE FIGURAS

Número de figura	Descripción	Pág.
1.1	Relación costo – beneficio	10
2.1	Diagrama espacio de estados en un sistema con dos elementos	15
2.2	Espacio de estado de un sistema de un elemento	16
2.3	Representación del ciclo de Operación- Falla-Reparación-Operación de un componente	20
2.4	Diagrama de espacio de estados asociados	22
2.5	Ilustración de $L_p, L_a, E_d$ y $t$	32
2.6	Red eléctrica mallada	33
2.7	Conjuntos de cortes mínimos para la red de la figura 2.6	34
2.8	Sistema de distribución radial	35
2.9	Grafo modelador de la figura 2.8	37
3.1	Intervalos de los puntos $a$ y $b$	43
3.2	Algoritmo de bisección	49
3.3	Sistema radial simple con tres puntos de carga	50
3.4	Índices usados frecuentemente para el desempeño de varias empresas	54
3.5	Red de distribución radial típica	56
3.6	Red de la figura 3.5 con dispositivos de desconexión y fusibles	61
3.7	Efecto de fallas en las protecciones hacia los índices de los puntos de carga	63
4.1	Red de distribución tipo radial para el sistema de estudio 1	66
4.2	Grafo modelador de la red en estudio 1	66
4.3	Curva compuesta de daño al consumidor	68
4.4	Costo del sistema 1 para el caso 1 usando el método de búsqueda directa	68
4.5	Costo del sistema 1 para el caso 1 usando el método de búsqueda por bisección	69
4.6	Costo del sistema 1 para el caso 2 usando el método de búsqueda directa	70
4.7	Costo del sistema 1 para el caso 2 usando el método de búsqueda por bisección	71

---

---

4.8	Red de distribución tipo radial para el sistema de estudio 2	73
4.9	Grafo modelador de la red en estudio 2.	74
4.10	Costo del sistema 2 para el caso 1 usando el método de búsqueda directa	75
4.11	Costo del sistema 2 para el caso 1 usando el método de búsqueda por bisección	76
4.12	Costo del sistema 2 para el caso 2 usando el método de búsqueda directa	77
4.13	Costo del sistema 2 para el caso 2 usando el método de búsqueda por bisección	78
A.1	Sistema con dos componentes en serie	98
A.2	Sistema con dos componentes conectados en paralelo	99
A.3	Sistema serie – paralelo	100
A.4	Sistema equivalente	100
A.5	Reducción del sistema equivalente	100
A.6	Modelo de confiabilidad del sistema	101
A.7	Reducción del sistema de la figura A.6	101
A.8	Sistema equivalente de la figura A.7	102
A.9	Reducción del sistema equivalente de la figura A.8	102
A.10	Sistemas parcialmente redundantes	103
A.11	Sistema altamente redundante	103
A.12	Reducción del sistema de la figura A.11	105
A.13	Modos de redundancia	107
A.14	Transformación del sistema de la figura A.13	108
A.15	Modelo de tres estados para un interruptor	116
B.1	Grafo para representar sus componentes	118
B.2	Ejemplo de un grafo dirigido	119
B.3	Trayectorias del grafo de la figura B.1	120
B.4	Trayectorias dirigidas del grafo dirigido de la figura B.2	121
B.5	Ciclos del grafo dirigido de la figura B.2	122
B.6	Grafo conexo	123
B.7	Grafo no conexo	123
B.8	Grafo árbol	123
B.9	Ejemplo de trayectorias mínimas y no mínimas	125

---

---

---

---

B.10	Sistema con fallas en diferentes componentes	125
B.11	Corte A-A'	126
B.12	Corte $B-B'$ y $C-C'$	127
B.13	Grafo	130
C.1	Máximos y mínimos de una función	140
D.1	Organigrama del programa digital "BERNOULLI"	150

---

---

**ÍNDICE DE TABLAS**

<b>Número de tabla</b>	<b>Descripción</b>	<b>Pág.</b>
2.1	Índices de falla para elementos de circuitos de distribución aéreos y subterráneos	27
2.2	Conjunto de cortes para la red de la figura 2.6	34
2.3	Modelación de un sistema de transmisión	36
3.1	Estadísticas típicas de inconfiabilidad de clientes	40
3.2	Combinaciones para 4 dispositivos de desconexión	44
3.3	Datos de los componentes del sistema para la figura 3.3	51
3.4	Índices de confiabilidad para los puntos de carga del sistema de la figura 3.3	51
3.5	Detalles del sistema de distribución	52
3.6	Efecto de interrupción en un año calendarizado	53
3.7	Datos del sistema de la figura 3.2	55
3.8	Parámetros de confiabilidad para el sistema de la figura 3.5	57
3.9	Índices de confiabilidad para el sistema de la figura 3.5	57
3.10	Clientes y carga conectada al sistema de la figura 3.5	58
3.11	Índices de confiabilidad con fusibles laterales	59
3.12	Índices de confiabilidad con protecciones laterales y dispositivos de desconexión	60
3.13	Índices de confiabilidad con la operación de fusibles y una probabilidad de 0.9	62
4.1	Parámetros de confiabilidad para el sistema de estudio 1	67
4.2	Parámetros a los puntos de carga para el sistema de estudio 1	67
4.3	Duración de interrupción en (\$/kw), para diferentes sectores	67
4.4	Localización de dispositivos de desconexión y costos del sistema para el caso 1 del sistema de estudio 1	69
4.5	Localización de dispositivos de desconexión y costos del sistema para el caso 2 del sistema de estudio 1	72
4.6	Parámetros a los puntos de carga para el sistema de estudio 2	72
4.7	Parámetros de confiabilidad para la red de la figura 4.8	73



---

---

4.8	Localización de dispositivos de desconexión y costos del sistema para el caso 1 del sistema de estudio 2	75
4.9	Localización de dispositivos de desconexión y costos del sistema para el caso 2 del sistema de estudio 2	78
A.1	Clasificación de las salidas	112
B.1	Trayectorias para la figura B.13	130
B.2	Trayectorias mínimas para la figura B.13	130
B.3	Cortes para la figura B.13	130
B.4	Cortes mínimos para la figura B.14	131

---

---

## SIMBOLOGÍA Y SIGLAS

<b>Simbología</b>	<b>Descripción</b>
c/u	Cada uno
DD	Dispositivos de desconexión
$f$	Frecuencia
$i$	I - ésimo elemento
$j$	J – ésimo elemento
$L_i$	Carga del punto $i$
$m$	Tiempo promedio para fallar = $MTTF$
$m + r$	Tiempo promedio entre fallas = $MTBF$
N	Número total de elementos en el sistema
N/A	Normalmente abierto
N/C	Normalmente cerrado
NDD	Número de dispositivos de desconexión
NT	Número total
P	Potencia o pérdidas reales
Q	Probabilidad de falla
$r$	Tiempo promedio de reparación = $MTTR$
R	Probabilidad de éxito
t	Tiempo
U	Indisponibilidad
V	Voltaje
$\lambda$	Tasa o índice de falla
$\mu$	Tasa de reparación
\$	Dólares
$\Delta$	Cantidad finita
$\cup$	Unión
$\cap$	Intersección

---

---

$\prod_{i=1}^n$	Índica la multiplicación del elemento $i$ hasta el elemento $n$ en estudio
$\sum_{i=1}^n$	Índica la sumatoria del elemento $i$ hasta el elemento $n$ en estudio

<b>Siglas</b>	<b>Descripción</b>
ACCI	Índice promedio de acortamiento al cliente
ACIDI	Índice promedio de la duración de las interrupciones por circuito
AENS	Promedio de energía no suministrada
ALII	Promedio de KVA conectados interrumpidos por KVA conectados a la carga
ASAI	Índice promedio de disponibilidad de servicio
ASIDI	Índice promedio de la duración de las interrupciones
ASIFI	Índice promedio de la frecuencia de interrupciones en el sistema
CAIDI	Índice de duración de interrupciones promedio por usuario
CAIFI	Índice de la frecuencia promedio de interrupciones por usuario
CEA	Canadian Electric Association
CFE	Comisión Federal de Electricidad
CMPII	Índice de interrupción por minutos a consumidores
EI	Edison Electric Institute
ENS	Energía no suministrada
EPRI	Electric Power Research Institute
ICOST	Costo de interrupción
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
Km	Kilómetro
Km <sup>2</sup>	Kilómetro cuadrado
kV	Kilovolt
kVA	Kilovolt ampere
kVAR	Kilovolt ampere reactivo
kW	Kilowatt
kWh	Kilowatt hora

---

---

Lcosto	Costo de perdidas por energía no suministrada
MGRG	Método Generalizado de Reducción del gradiente
MICOST	Costo mínimo
MTCOST	Costo mínimo total para el sistema
MTTF	Tiempo promedio de la Falla
MTTR	Tiempo promedio de reparación
MVA	Megavolt ampere
p.u.	Por unidad
SAIDI	Índice de frecuencia de interrupción promedio por usuario
SAIFI	Índice de frecuencia de interrupción promedio del sistema
SCOST	Costo del sistema
TIU	Tiempo de Interrupción al Usuario
TSMNR	Técnica Secuencial de Minimización No Restringida

---

---

# CAPÍTULO 1

## GENERALIDADES

### 1.1 INTRODUCCIÓN

Los dispositivos de desconexión (DD) son usados en sistemas de distribución primaria para varias aplicaciones tales como para mejorar la confiabilidad, aislar fallas, mejorar la planeación y para reconfigurar la red [1,2]. La selección de un número adecuado de DD es un factor importante en sistemas de distribución, más cuando se habla de una red de distribución automatizada, donde los DD son activados de forma remota. Los costos asociados con la instalación de los DD son realmente significativos, por lo que habrá que llegar a un punto en el que se equilibre el beneficio obtenido con el costo requerido, llegando al planteamiento de la ecuación 1.1 [2].

$$CostoMínimo = \sum_{i=1}^N S costo_i + \sum_{i=1}^N L costo_i \quad (1.1)$$

Donde  $N$  es el número total de elementos en el sistema,  $Scosto_i$  representa el costo de inversión (incluyendo costos de mantenimiento y operación) y  $Lcosto_i$  es el costo de energía no suministrada por la falla del elemento  $i$ , respectivamente.

Se pueden minimizar los costos usando técnicas de optimización eficientes que determinen el número mínimo de DD y su localización óptima. La selección del número adecuado de DD y su localización óptima es una tarea difícil para la planeación de sistemas de distribución y depende de muchos factores, tales como consideraciones de confiabilidad, tipo de clientes conectados,

---

---

variación de la carga, costos de mantenimiento e instalación [3]. Las empresas suministradoras de energía eléctrica utilizan estadísticas de fallas de la red de distribución, datos de los clientes y otras consideraciones para la selección de un número conveniente de DD.

Esta tesis presenta una herramienta para el ingeniero en planeación para la selección de DD de una forma óptima con técnicas analíticas de minimización de costos que incluyen costos de inversión, mantenimiento y pérdidas de energía no suministrada.

## **1.2 OBJETIVO DE LA TESIS**

Desarrollar una herramienta para la selección y localización óptima de dispositivos de desconexión en sistemas de distribución radiales, considerando contingencias, demanda de los usuarios conectados y costos de inversión, usando una técnica de optimización convencional.

## **1.3 JUSTIFICACIÓN DE LA TESIS**

El desarrollo industrial, comercial y de servicios en México, requiere una planeación que garantice el suministro de energía eléctrica, con márgenes de confiabilidad aceptables, aumentando la seguridad de los sistemas de distribución ante posibles contingencias que puedan presentarse. La selección óptima de dispositivos de desconexión en la planeación y operación de sistemas de distribución tiene una aportación importante, donde se deben considerar contingencias (análisis de confiabilidad), tipo de usuarios conectados y restricción de costos.

## **1.4 ESTADO DEL ARTE**

En décadas pasadas la mayoría de las publicaciones sobre confiabilidad en sistemas eléctricos de potencia eran dedicadas a los sistemas de generación, donde el interés principal era conocer la disponibilidad de energía y la potencia mediante evaluaciones realizadas con teorías y procedimientos ampliamente desarrollados y conocidos.

---

---

Sin embargo, se marca una diferencia a partir del año de 1964 cuando se publican dos trabajos sobre cálculo de confiabilidad en sistemas de transmisión y distribución [4,5]. Desde entonces se aprecia un continuo interés por desarrollar métodos y técnicas de cálculo de parámetros de confiabilidad en redes de distribución, principalmente en los países desarrollados.

Otra motivación para orientar esfuerzos en este sentido lo constituyen los apagones que afectaron a extensas áreas del territorio norteamericano, provocando cuantiosos daños y pérdidas. Esto indicaba que aparte de la disponibilidad de energía también era necesario conocer los posibles puntos débiles de la red, puesto que las fallas fueron consecuencia de ellos.

La técnica de Markov resulta impráctica cuando se trata de analizar sistemas eléctricos de gran tamaño, ya que implica la solución de un sistema de ecuaciones de orden  $2^n$ , donde  $n$  es el número de elementos con los cuales se ha modelado la red eléctrica. Así, por ejemplo, un sistema de sólo 20 componentes requiere solucionar un sistema de  $2^{20} = 1,048,576$  ecuaciones [6].

En 1975 dos trabajos [7,8] presentaron versiones modificadas de las ecuaciones dadas por Todd [5] con las que se obtenían resultados similares a los entregados por la técnica de Markov. La publicación de Billinton de 1975 [9] muestra que es posible utilizar la técnica de Cortes Mínimos para identificar las fallas de los puntos de carga y la manera cómo podrían calcularse los índices de confiabilidad empleando las ecuaciones modificadas dadas en [7,8]. Esta técnica tuvo gran aceptación por simplicidad de su manejo y gran facilidad de programación computacional. Algunas empresas de distribución norteamericanas comenzaron a utilizar estas evaluaciones para mejorar el funcionamiento de sus redes. Nuevos esquemas de investigación fueron generando metodologías que intentaban representar mejor el complejo comportamiento de una red eléctrica, es así como en [10] se presenta una técnica para evaluar índices de confiabilidad al considerar las maniobras que se siguen en la ocurrencia de una falla, mientras que trabajos posteriores van eliminando algunos supuestos que habían simplificado la simulación del comportamiento de las redes eléctricas, tanto de transmisión como en distribución. Inicialmente se consideró solo la continuidad del suministro, pero en trabajos posteriores se incluyó los niveles de voltaje e índices de confiabilidad totales para la red eléctrica [11,12].

---

---

En 1997, en la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la ESIME-IPN se desarrolló un algoritmo que optimiza probabilísticamente la confiabilidad de una red de transmisión a un punto de carga utilizando algoritmos genéticos. Esta técnica de optimización determina el número de líneas de transmisión redundantes en paralelo, necesarias para maximizar la confiabilidad sujeta a una restricción de costo, incluyendo incertidumbre en la tasa de falla [13]. En noviembre del 2001, se desarrolla una metodología híbrida que optimiza la confiabilidad en sistemas compuestos (generación – transmisión) utilizando algoritmos evolucionarios. Esta técnica de optimización determina el número óptimo de componentes y asignación de compensación en derivación en nodos de carga de la red, necesarios para maximizar la confiabilidad sujeta a restricciones de costo, considerando condiciones de seguridad en estado estacionario, usando la técnica del mínimo valor singular como indicador a la inestabilidad de voltaje [14]. En marzo del 2002, se desarrolla un trabajo que consiste en un análisis de aspectos fundamentales de la calidad de la energía, que afectan a los usuarios, (variaciones rápidas de voltaje, fluctuaciones de voltaje, variaciones lentas de voltaje y la distorsión armónica) que pueden ser controlados en la fase de planeación del suministro eléctrico. Y como objetivo principal presenta una metodología para planear redes de distribución que consideren aspectos de calidad de la energía [15]. En abril del 2002, se presenta una metodología para la evaluación del costo esperado por fallas en redes de transmisión, que en muchos países se usa con fines de planeación en la generación y en la fijación de precios de compra de energía dentro de un mercado eléctrico. Sin embargo, en esos países este costo de falla se enfoca hacia el consumidor o hacia el distribuidor. Esta metodología se basa en el concepto de energía no suministrada, tanto del lado del distribuidor como del generador [16].



---

---

### 1.4.1 Planeación de sistemas de distribución

Una consideración importante en la planeación de sistemas de distribución es identificar aquellos dispositivos que pueden ser usados para crear un sistema que sea confiable al costo más bajo posible [8]. En esta tesis, para tal efecto, se desarrolla un algoritmo para la selección óptima del número y localización de interruptores para la planeación y diseño de sistemas de distribución.

Por otro lado, las técnicas convencionales no consideran en la planeación los costos que se derivan por pérdidas de energía no suministrada que sufren las empresas prestadoras del servicio y el costo de interrupción al cliente causado por fallas en la red eléctrica.

El problema de planeación en los sistemas de distribución es complejo y debe ser formulado mediante programación entera mixta, esta programación incluye una gran cantidad de variables de decisión entera y variables continuas que representan los flujos de potencia en las líneas de distribución y voltajes en los puntos de carga.

Diversos artículos se han publicado con este problema, pero hasta 1980 los problemas de planeación fueron resueltos por métodos heurísticos o programación matemática, el problema se divide en varias ecuaciones o se reduce en varios subproblemas.

El problema de planeación de los sistemas de distribución está enfocado a minimizar los costos de instalación y costos de operación (pérdidas de energía no suministrada) donde las restricciones son [17]:

- 1.- Corriente de línea y capacidad del transformador
- 2.- Caída de voltaje en cada punto de carga
- 3.- Balance de la demanda y suministro de energía eléctrica
- 4.- Configuración de la red radial (para propósito de protección)

El costo de instalación del sistema consiste de tres elementos:

- Costo de la construcción de la subestación
- Costo de la instalación de los transformadores
- Costo de los alimentadores

El costo de los alimentadores está dividido en dos partes: el costo fijo para montar un alimentador y el costo variable que se enfoca a la vida útil del alimentador.

En México, la planeación de sistemas de distribución tiene un escenario a corto plazo de cinco años máximo [18], ya que generalmente la respuesta de la planeación está en función de los servicios que se solicitan teniéndose como los más importantes los siguientes:

- Fraccionamientos de casas habitación
- Centros comerciales
- Industrias
- Alumbrado
- Servicios públicos

La demanda de energía eléctrica, tipo de clientes conectados, evaluación de la confiabilidad y la calidad de energía entregada definen al sistema eléctrico de distribución, por lo que la planeación toma en cuenta otros dos factores adicionales como son:

1. Muestreos de carga; en el cual se consideran la solicitud de clientes, la tasa de crecimiento de la carga, la densidad de carga regionalizada (MVA ó kVA / km<sup>2</sup>).
2. El pronóstico de la demanda; basándose en el resultado de los muestreos de carga y la tasa histórica de crecimiento global (como sistema).

---

---

Entre los objetivos de una buena alternativa de planeación de la red de distribución se encuentran los siguientes [19]:

- Cumplir con las expectativas de los clientes de la compañía suministradora (regulación de tensión, continuidad y buena calidad en el servicio).
- Garantizar la gestión de los sistemas eléctricos de distribución con costos mínimos, rentabilidad a largo plazo y una infraestructura en armonía con el entorno.
- De ser posible hacer uso de nuevas tecnologías siempre que se cumpla el marco legal normativo.
- Optimizar los recursos para lo que se hace necesario una evaluación económica de cada uno de los proyectos de inversión que se realicen.

#### **1.4.2 Costo de interrupción a clientes en el servicio eléctrico**

En esta tesis el problema de selección y localización óptima de DD, se formula desde el punto de vista costo - beneficio. Históricamente las metodologías han evolucionado, con ello se minimizan los costos del suministro de energía exigido por los clientes, encontrando un punto de equilibrio entre el nivel de confiabilidad y los costos asociados al sistema. Parte de la investigación que se usa en la metodología de esta tesis surge a raíz de que se han desarrollado una variedad de técnicas en la última década [20].

Hay gran interés en la evaluación cuantitativa de confiabilidad en sistemas de distribución y en el estudio de costo-beneficio en la planeación de sistemas. A menudo se da una aproximación estimada para el valor de confiabilidad que es determinado por los consumidores, resultando pérdidas monetarias derivadas por el servicio interrumpido, es decir, el costo de la inconfiabilidad. Muchas investigaciones se han realizado para proporcionar estimaciones de costos de interrupción a clientes, evolucionando las metodologías al paso de los años, algunas más usadas y aceptadas en la industria que otras [8].

La función básica de un sistema eléctrico de potencia moderno es proporcionar un suministro adecuado de energía eléctrica a los clientes lo más económico posible y con un nivel razonable de

---

---

confiabilidad. El término confiabilidad es muy extenso en el significado general de la palabra, incluye medidas de calidad y continuidad en el servicio. Las empresas suministradoras de energía eléctrica consideran ciertos factores de interés como: la reserva de energía en el presente y futuro, restricciones de operación, evaluaciones del equipo y los límites de estabilidad para el sistema, que tienen como finalidad garantizar la continuidad del servicio de energía con un nivel razonable de confiabilidad.

Estos factores no son vistos directamente por el consumidor, por lo que algunas investigaciones tienen prioridad en el mejoramiento de confiabilidad desde el punto de vista del consumidor con pequeñas estimaciones para sistemas simples, mientras otras tienen prevista la situación primaria del sistema y utilizan un punto de ventaja con pequeñas estimaciones para consideraciones de los clientes, donde el propósito primario del sistema es para la satisfacción del cliente y seguido por la apropiada funcionalidad del sistema, estos son requisitos indispensables para una continua satisfacción; se requiere que ambas consideraciones sean incluidas apropiadamente, demanda y suministro.

Las consecuencias de una interrupción dependen de dos factores:

- Características del cliente
- Tipo de interrupción

En las primeras, se incluye el tipo de consumidor, uso de la electricidad, potencia demandada, calidad de la energía que requiere y el que esté preparado para una interrupción de energía (es decir, que cuente con suministro alternativo). Las segundas incluyen: frecuencia, duración; hora, día, semana o estación del año en que ocurre la interrupción y factores adicionales, como la ocurrencia de una falla durante eventos especiales.

La evaluación de confiabilidad del suministro eléctrico no es fácil de definir ni de evaluar, la necesidad de esta evaluación se ha vuelto más importante en la planeación y operación de los sistemas de potencia [21].

---

---

El costo de interrupción se divide en dos partes: los costos vistos por la empresa y los que recaen en los consumidores.

Los costos de interrupción vistos por la empresa incluyen:

- a) Pérdidas por energía no suministrada a los clientes
- b) Pérdida de clientes activos
- c) Pérdidas de ventas de potencial futuro debido a reacciones adversas
- d) Incremento de gastos debido a reparación y mantenimiento

Sin embargo, estos costos representan sólo una parte del total de los costos ocasionados por una interrupción.

Una gran parte de estos costos recaen en los consumidores y la mayoría son difíciles de cuantificar, éstos incluyen:

- a) Costos agregados a los productos por las industrias, debido a pérdidas en manufactura, productos estropeados, equipos dañados, mantenimiento extra, etc.
- b) Costos ocasionados a clientes residenciales, por la descomposición de alimentos que se encontraban refrigerados, calefacción alternativa, costos por alumbrado, entre otros.
- c) Costos que dependen de la importancia de la actividad que se pretende realizar, tales como la incapacidad para disfrutar de un pasatiempo, situaciones graves como robos que ocurren en una falla de energía eléctrica, escándalo, etc.

Es claro, de lo antes descrito, lo complejo que resulta estimar el costo derivado por fallas. Sin embargo, se ha realizado un extenso trabajo para determinar el valor de éste. Existen básicamente tres procedimientos para evaluar el costo por fallas:

1. *Análisis econométrico*.- Consiste básicamente en la estimación del costo por falla a través de modelos econométricos.

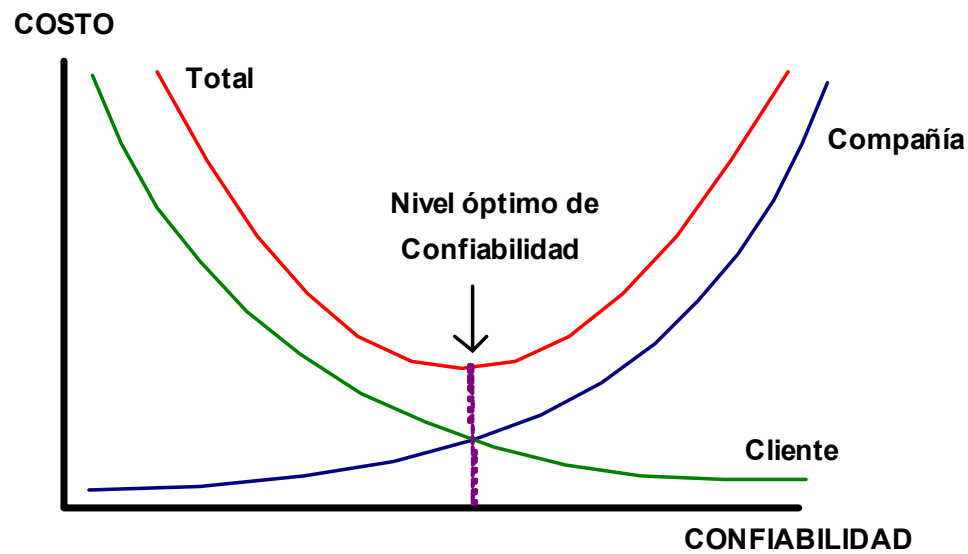


Figura 1.1 Relación costo-beneficio.

2. *Métodos directos*.- Consiste fundamentalmente en la realización de encuestas a los clientes para averiguar el costo por falla.
3. *Método implícito*.- Este método parte del supuesto de que el plan de expansión de la empresa eléctrica es económicamente óptimo desde el punto de vista global, esto es incluyendo el costo por fallas. Como el plan y los costos son conocidos (excepto el de fallas), es posible estimar el valor medio de la energía no suministrada de las condiciones de optimización. Este método depende arbitrariamente de las decisiones de inversión de la compañía, los cuales no siempre reflejan los requerimientos del consumidor.

La figura 1.1 muestra la relación costo-beneficio donde se puede apreciar que a mayor confiabilidad será mayor el gasto realizado por parte de la empresa suministradora de energía, pero a menor confiabilidad el costo para los clientes se incrementa, por lo que habrá que llegar a un punto en el que se equilibre el beneficio obtenido con el costo requerido [21]

---

---

## 1.5 APORTACIONES DE LA TESIS

- Se desarrolla un algoritmo de búsqueda directa capaz de formar todas las combinaciones posibles de los DD que se desean instalar en una red de distribución radial, así como evaluar para cada uno de los casos el costo de interrupción de la energía y seleccionar el escenario más económico, basado en una técnica enumerativa.
- Se tiene un algoritmo para optimizar confiabilidad de una red de distribución radial mediante la técnica de búsqueda por bisección.
- Las técnicas presentadas proporcionan herramientas eficientes que se pueden usar por ingenieros de planeación de sistemas de distribución para encontrar el número óptimo de DD desde el punto de vista costo – beneficio.

## 1.6 ESTRUCTURA DE LA TESIS

Esta tesis está conformada por cinco capítulos en los que se describe el trabajo realizado y los resultados obtenidos, así como de cuatro apéndices que son de utilidad para una mejor comprensión del desarrollo de dicho trabajo.

En el capítulo 1 se presenta la introducción general, objetivo de la tesis y las aportaciones. En el estado del arte se presentan los antecedentes más importantes de confiabilidad en los sistemas de distribución.

En el capítulo 2 se presenta, de manera muy resumida, conceptos sobre confiabilidad en redes de distribución donde se describen los modos de falla de los componentes, se explica el método de cortes mínimos que es el que se utiliza en esta tesis para la evaluación de confiabilidad, se describe el modelado de la red de distribución mediante un grafo y se mencionan los índices de confiabilidad más populares.

En el capítulo 3, se describen las diferentes técnicas de evaluación de confiabilidad para sistemas de distribución radiales, así como las metodologías utilizadas para el desarrollo de esta tesis.

En el capítulo 4, se presentan los sistemas de prueba, analizando y comparando los resultados obtenidos con las técnicas desarrolladas.

En el capítulo 5, se presentan las conclusiones y aportaciones del trabajo expuesto.

Para complementar el trabajo se anexan los siguientes apéndices:

En el apéndice A, se dan los conceptos básicos sobre confiabilidad de sistemas, donde se analiza la confiabilidad de sistemas serie, paralelo, serie – paralelo, en espera (standby).

En el apéndice B, se establecen los conceptos de investigación de operaciones, que son fundamentales para describir la teoría de grafos y sus componentes.

En el apéndice C, se analizan conceptos de optimización clásica y se describe a detalle los algoritmos para optimización no lineal irrestricta.

En el apéndice D, se muestra el listado del programa computacional, así como las instrucciones para los datos de entrada y salida del programa.



---

---

# CAPÍTULO 2

## TEORÍA DE CONFIABILIDAD APLICADA A SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN

### 2.1 INTRODUCCIÓN

La idea intuitiva sobre la confiabilidad de un equipo o sistema de cualquier naturaleza, se relaciona con su habilidad o capacidad de realizar una tarea específica. Por esta razón, normalmente es considerada una propiedad cualitativa más que cuantitativa. Sin embargo, se debe convenir en que para la práctica de ingeniería, resulta mucho más atractivo disponer de un índice cuantitativo que un índice cualitativo, especialmente cuando se desea tomar una decisión sobre alternativas de diseño que cumplen finalmente las mismas funciones. Esta cuantificación de la habilidad de un sistema se denomina confiabilidad y puede expresarse por una gran variedad de índices, dependiendo de los objetivos que se persigan con la evaluación.

Por diversos motivos, los componentes de un sistema eléctrico se ven sometidos a fallas o salidas de servicio lo que en algunos casos puede significar la desconexión de uno o más consumidores del sistema eléctrico. El objetivo de la evaluación de confiabilidad de una red eléctrica es determinar índices que reflejen la calidad de servicio que presenta un sistema para el consumidor o usuario final.

Se describen a continuación algunas técnicas de modelación y evaluación de confiabilidad orientadas a predecir índices de comportamiento futuro. Existen dos clases de métodos para evaluar la confiabilidad: los métodos de simulación estocástica y los métodos analíticos. De los

---

---

métodos de simulación estocástica, el más conocido es el de Monte Carlo y, entre los métodos analíticos, se tienen los procesos continuos de Markov, los de redes y sus aproximaciones.

El método de Monte Carlo consiste en la simulación de una gran cantidad de situaciones, generadas en forma aleatoria, donde los valores de los índices de confiabilidad corresponden a los momentos de las distribuciones de probabilidad. Sin embargo, hay preferencia por los métodos analíticos, dado que es mucho más fácil su manejo [22,23].

## 2.2 MÉTODO DE MARKOV

La mayoría de los métodos analíticos están basados en los procesos continuos de Markov, por lo tanto se presenta un breve resumen de los conceptos más importantes relacionados con esta técnica [6,24].

Una red eléctrica (sistema de distribución o de transmisión), se considera como un sistema reparable, al fallar un elemento, éste es remplazado o reparado dependiendo de la naturaleza del elemento en cuestión. De esta manera se restablece la condición de operación normal del sistema, o parte de la red afectada. Así entonces, el sistema es continuo en el tiempo, con estados discretos finitos, ajustándose muy bien a una representación por medio de procesos continuos de Markov [20].

A manera de ejemplo, considérese un sistema compuesto por dos elementos (dos alimentadores o dos líneas de transmisión). Suponiendo que cada uno de los componentes puede estar operando o en falla (dos estados posibles), se presenta en la figura 2.1 el denominado “**espacio de estado**”, donde las transiciones de un estado a otro se logran cambiando el estado de un elemento a la vez.

El espacio de estado es, en general, independiente de la forma de conexión de los elementos que componen el sistema en estudio.

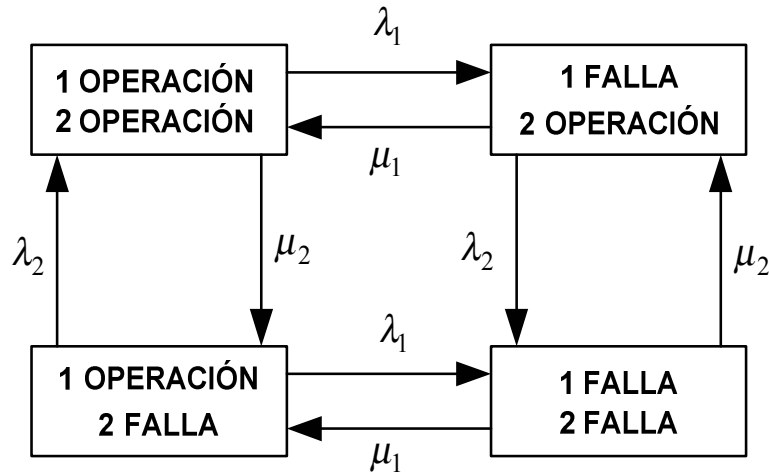


Figura 2.1 Diagrama espacio de estados en un sistema con dos elementos

En la figura 2.1,  $\lambda_i$  es la tasa de falla del componente  $i$  y se expresa en fallas/unidad de tiempo;  $\mu_i$  es la tasa de reparación, expresada en horas.

Previo a efectuar cualquier análisis, debe formularse un criterio de éxito para el sistema. Para tal efecto, es necesario definir las condiciones de trabajo de los elementos y sus características generales. Si como criterio de éxito se considera solamente la continuidad de servicio y suponiendo líneas con capacidad suficiente como para soportar toda la carga (condición denominada redundancia completa de elementos), entonces los estados que implican una falla del sistema dependerán de la forma de conexión de éstos.

Si las líneas se conectan en paralelo, el estado “falla del sistema” se alcanza cuando los dos elementos están fallados, mientras que si la conexión es serie, el estado “falla del sistema” se alcanza con la falla de cualquiera de los dos elementos en falla.

También es posible considerar situaciones más reales, como por ejemplo el caso de sobrecargas. Si las líneas se conectan en paralelo y no son capaces de soportar toda la carga, entonces habrá situaciones de conflicto cuando una de ellas salga fuera de servicio. Si la existencia de tal estado significa desprender parte de la carga para evitar una falla mayor, entonces los puntos afectados deberán considerarlos también en el conteo de estados de falla.

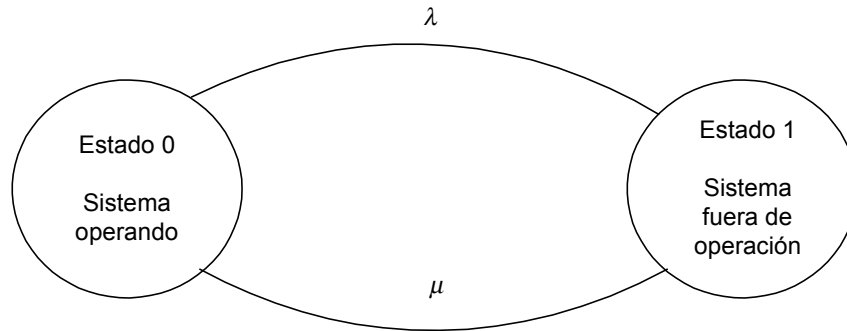


Figura 2.2. Espacio de estado de un sistema de un elemento.

Es necesario notar que el método de Markov permite obtener con una excelente precisión la probabilidad de que el sistema resida en cualquiera de sus estados posibles.

A pesar de esta buena característica resulta un método poco atractivo, debido a que la cantidad de estados posibles en un sistema crece dramáticamente a medida que aumenta el número de elementos que lo componen. Si la modelación de componentes considera sólo dos estados, para cada uno de ellos (falla y operación), el diagrama de espacio de estado contiene  $2^n$  estados posibles, como se puede apreciar en la figura 2.2. Es decir, un sistema modelado con 20 elementos tiene 1,048,576 estados, de manera que la dificultad de análisis es obvia. Por otro lado, modelos que tratan de reflejar con mayor fidelidad el comportamiento y operación real de los distintos elementos de un sistema eléctrico consideran más de dos estados, aumentando aún más la cantidad de estados posibles del sistema.

Para determinar la probabilidad de residencia en un estado, considérese un sistema compuesto de un único elemento, reparable, caracterizado por una tasa de falla  $\lambda$  y una tasa de reparación  $\mu$ , con funciones de distribución exponencial. Sean además  $P_0(t)$  y  $P_1(t)$  las probabilidades de que el sistema esté operando y fuera de operación, respectivamente, en un tiempo cualquiera,  $t$ .

Considerando un intervalo infinitesimal de tiempo,  $dt$ , se acepta que la probabilidad de ocurrencia de dos o más eventos es despreciable. De esta manera:

$$P_0(t + dt) = P_0(t)(1 - \lambda dt) + P_1(t)\mu dt \quad (2.1)$$

$$P_1(t + dt) = P_0(t)\lambda dt + P_1(t)(1 - \mu dt) \quad (2.2)$$

o bien,

$$P_0(t + dt) - P_0(t) = -P_0(t)\lambda dt + P_1(t)\mu dt \quad (2.3)$$

$$P_1(t + dt) - P_1(t) = P_0(t)\lambda dt - P_1(t)\mu dt \quad (2.4)$$

dividiendo por  $dt$ :

$$\frac{P_0(t + dt) - P_0(t)}{dt} = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t) \quad (2.5)$$

$$\frac{P_1(t + dt) - P_1(t)}{dt} = \lambda P_0(t) - \mu P_1(t) \quad (2.6)$$

Si  $dt$  tiende a cero, las ecuaciones (2.5) y (2.6) corresponden exactamente a la definición de derivada, por lo tanto,

$$P_0'(t) = -\lambda \cdot P_0(t) + \mu \cdot P_1(t) \quad (2.7)$$

$$P_1'(t) = \lambda \cdot P_0(t) - \mu \cdot P_1(t) \quad (2.8)$$

Estas expresiones representan un sistema de dos ecuaciones diferenciales lineales, con coeficientes constantes, posibles de solucionar con cualquier método matemático. Resolviendo se obtiene:

$$P_0(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} [P_0(0) + P_1(0)] + \frac{e^{-(\lambda + \mu)t}}{\lambda + \mu} [\lambda P_0(0) - \mu P_1(0)] \quad (2.9)$$

$$P_1(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} [P_0(0) + P_1(0)] + \frac{e^{-(\lambda + \mu)t}}{\lambda + \mu} [\mu P_0(0) - \lambda P_1(0)] \quad (2.10)$$

donde  $P_0(0)$  y  $P_1(0)$  corresponden a las condiciones iniciales. Además se tiene que:

$$P_0(0) + P_1(0) = 1 \quad (2.11)$$

puesto que el componente, en un instante cualquiera  $t$ , estará operando o en falla. Admitiendo que el análisis se inicia cuando el sistema está en operación, se tiene:

$$P_0(0) = 1$$

$$P_1(0) = 0$$

por lo tanto, las ecuaciones (2.9) y (2.10) se transforman en:

$$P_0(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \lambda \frac{e^{-(\lambda + \mu)t}}{\lambda + \mu} \quad (2.12)$$

$$P_1(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} + \mu \frac{e^{-(\lambda + \mu)t}}{\lambda + \mu} \quad (2.13)$$

cuando el tiempo tiende a infinito, se tienen las probabilidades de estado estacionario, que son resultados de interés en los estudios de confiabilidad:

$$P_0(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \quad (2.14)$$

$$P_1(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \quad (2.15)$$

---

---

Utilizando los conceptos de tiempo medio para la falla ( $T_1$ ) y tiempo medio de reparación ( $T_2$ ), se tiene:

$$T_1 = 1/\lambda \quad (2.16)$$

$$T_2 = 1/\lambda \quad (2.17)$$

de esta manera, las probabilidades de operación y falla, en estado de régimen permanente, en función de los tiempos de operación y reparación, son:

$$P_0 = T_1 / (T_1 + T_2) \quad (2.18)$$

$$P_1 = T_2 / (T_1 + T_2) \quad (2.19)$$

Las ecuaciones (2.14) y (2.15), así como (2.18) y (2.19), permiten calcular la probabilidad de residencia en el estado de operación y en el estado de falla, de un sistema modelado como un único elemento.

En los estudios de confiabilidad, resulta atractivo determinar los índices de frecuencia y duración de interrupciones de servicio, en lugar de una probabilidad. Para ello, se desarrollaron los métodos de frecuencia-duración y los métodos de redes, con estudios de los tipos de fallas y análisis de sus efectos en el resto del sistema. Son métodos aproximados, ampliamente utilizados.

### 2.3 TÉCNICA DE FRECUENCIA Y DURACIÓN

Como ya se mencionó, la idea central de la evaluación de confiabilidad en una red eléctrica es disponer de información cuantitativa, que refleje el comportamiento y calidad del servicio que entrega.

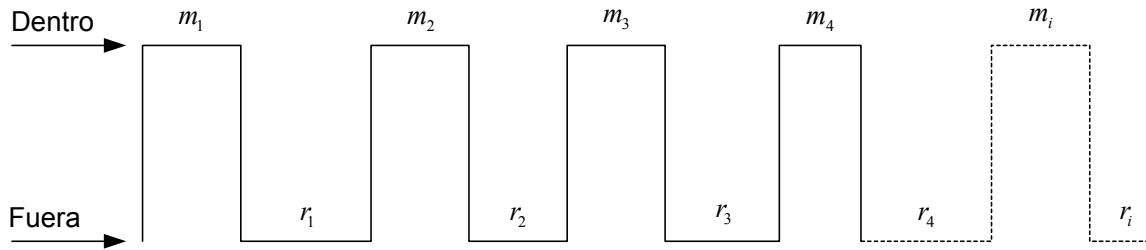


Figura 2.3 Representación del ciclo de Operación- Falla-Reparación-Operación de un componente

La técnica de Markov es perfectamente adecuada para determinar la probabilidad de estado y disponibilidad, sin embargo, otros parámetros de confiabilidad, tales como la frecuencia de encontrarse en un estado determinado y la duración promedio de residencia en dicho estado entrega mucha más información que una simple probabilidad. Por ejemplo en el caso de un consumidor que desea conectarse a un nodo de la red de la empresa eléctrica, lo más probable es que esté interesado en conocer la cantidad de veces que quedará sin suministro de energía eléctrica y cuánto pueden durar estas fallas de servicio. La técnica de frecuencia y duración pretende encontrar relaciones para contestar estas interrogantes.

La figura 2.3 representa el proceso operación-falla-reparación-operación de un elemento; claramente, la frecuencia de este ciclo es  $f = 1/T$ . Luego, aplicando una definición simple de probabilidad, se tiene que la probabilidad de que un elemento esté en operación está dada por la relación:

$$P_{(op)} = m / (m + r) \quad (2.20)$$

Donde:

$$m = 1 / \lambda = \text{Tiempo promedio de operación}$$

$$r = 1 / \mu = \text{Tiempo promedio de reparación}$$



---

---

Si esta misma consideración se realiza para el  $n$ -ésimo ciclo y se le designa para  $m_i$  y  $r_i$  los tiempos a la falla y de reparación en el  $i$ -ésimo ciclo respectivamente, se puede definir las siguientes variables:

- El tiempo promedio a la falla (**MTTF**) es:

$$\bar{m} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N m_i$$

- El tiempo promedio de reparación (**MTTR**) es:

$$\bar{r} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N r_i$$

La inversa de  $\bar{m}$  se conoce como “**la tasa o índice de falla  $\lambda$** ”

$$\lambda = \frac{1}{\bar{m}} = \frac{1}{MTTF}$$

En forma análoga la inversa del tiempo promedio de separación  $\bar{r}$  se conoce como la “**tasa de reparación  $\mu$** ”

$$\mu = \frac{1}{\bar{r}} = \frac{1}{MTTR}$$

Los conceptos anteriores permiten la introducción al concepto de los dos estados que también se conoce en la estadística como “**el modelo de dos estados**” y el cual se ilustra en la figura 2.4.

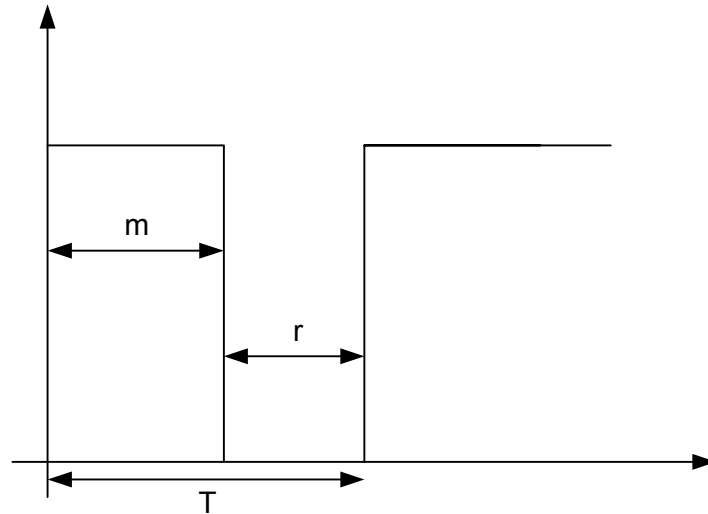


Figura 2.4 Diagrama de espacio de estados asociados

Como  $T = m + r$ , se tiene:

$$P_{(op)} = m / T = 1 / \lambda T = f / \lambda \quad (2.21)$$

de aquí se obtiene obviamente que:

$$f = P_{(op)} \cdot \lambda \quad (2.22)$$

es decir, la frecuencia de encuentro en un estado determinado está dada por la probabilidad de encontrarse en el estado, por la tasa de partida desde dicho estado. La aplicación de esta técnica para sistemas de cualquier tamaño puede resumirse en lo siguiente:

- 1) Evaluar las probabilidades límites de estado
- 2) Evaluar la frecuencia de encuentro en un estado
- 3) Evaluar la duración media de cada estado

La duración media de residencia en cada estado de los estados acumulados, se obtiene mediante la expresión:

$$m_c = \text{prob. acumulada para el estado } i / \text{frec. de encuentro en el estado } i \quad (2.23)$$

---

---

## 2.4 ÍNDICES DE CONFIABILIDAD

Los índices o parámetros de confiabilidad, utilizados para redes eléctricas, pretenden cuantificar la calidad del servicio que presenta la red en cualquier punto de consumo. En algunos casos también se definen índices globales para el sistema como un todo. Entre los cuantificadores más populares se encuentran:

*Tasa de falla* ( $\lambda$ ): representa la cantidad de veces que un consumidor se ve privado del suministro de electricidad, por unidad de tiempo. Generalmente se considera como unidad de tiempo el periodo de 1 año, ya que la disponibilidad de electricidad normalmente es alta. El inverso de la tasa de falla se conoce como **tiempo promedio entre fallas**.

$$\lambda_s = \sum_i \lambda_i \quad (2.24)$$

*Tiempo de reparación* ( $r$ ): en este trabajo se utiliza como un nombre genérico que representa la acción de cambio o reparación del “elemento causante del problema”. Es el tiempo promedio que dura una falla de suministro, expresado en horas. El inverso del tiempo de reparación se conoce como tasa de reparación.

$$r_s = \frac{U_s}{\lambda_s} = \frac{\sum_i \lambda_i r_i}{\sum_i \lambda_i} \quad (2.25)$$

*Energía no suministrada (ENS)*: representa el ingreso que la empresa de distribución pierde al no vender la energía a sus consumidores. Este índice tiene una gran relevancia para estas empresas, dado que puede utilizarse como parámetros de decisión al evaluar alternativas de mejoramiento de la calidad del servicio.

*Carga promedio desconectada (L)*: es una cuantificación de la cantidad de consumidores afectados por los cortes de suministro.

---

---

*Tiempo anual de desconexión esperado (U)*: es la indisponibilidad total de servicio durante un año, medido en horas. Se obtiene como una multiplicación de la tasa de falla por su duración promedio.

$$U_s = \sum_i \lambda_i r_i \quad (2.26)$$

Existen dos métodos para el cálculo de la confiabilidad en las redes de distribución:

- Basado en el número de clientes, interrupciones y la duración de las interrupciones.
- Basado en la cantidad de carga perdida.

Generalmente para el cálculo de cualquiera de estos índices se toma como referencia el pico de la carga y son considerados como índices internacionales a los recomendados por EPRI, EEI, IEEE.

Para los fines de planeación de los sistemas, los índices anteriores se usan como metas que se deben alcanzar y los valores de los mismos se obtienen de la información de la operación de los sistemas de distribución, aquí se aplican distintos enfoques.

Generalmente los índices medidos de la operación del sistema no corresponden a los valores deseados o establecidos como meta en la planeación, estos valores deseados se pueden fijar a partir de ciertos criterios establecidos a través de la normatividad internacional establecida para empresas similares.

Los criterios de diseño en la forma genérica deben considerar en el aspecto técnico los siguientes conceptos (ver apéndice A):

- *Estructura topológica de distribución (sistemas mallados, radiales o en árbol)*

La selección de una estructura topológica se basa esencialmente en la densidad de cargas medidas en kVA/número de habitantes ó kVA/Km<sup>2</sup>.

---

---

- *Diseño del sistema*

Este concepto se refiere básicamente a lo que se conoce como la ingeniería básica, en donde se definen los aspectos fundamentales que relacionan una estructura topológica con los componentes del sistema considerando aspectos como:

1. Tipo de distribución.
2. Tamaño o capacidad de transformadores en los nodos receptores y en alimentadores.
3. Longitud de alimentadores, máximas pérdidas admisibles y regulación de tensión.
4. Criterios de expansión futura
5. Conceptos básicos de protección, medición y automatización.
6. Arreglo de subestaciones.

- *Índices de falla*

Estos índices se deben estandarizar pero considerando los aspectos regionales, ya que las redes de distribución se diseñan y construyen para distintas áreas geográficas con condiciones ambientales y meteorológicas diferentes. Estos índices deben considerar, entre otros, aquellos que producen el mayor número de interrupciones de servicio como son:

1. Descargas atmosféricas
2. Presencia de árboles o vegetación
3. Vandalismo
4. Choque de vehículos en postes
5. Efectos de contaminación aérea
6. Fallas de equipos
7. Efectos de construcción de otros servicios (teléfonos, agua, sistemas de comunicación, etc.)
8. Presencia de hielo y nieve
9. Animales

---

---

Los índices de falla se determinan a partir de la información sistematizada que deben proporcionar las áreas operativas, para lo cual se deben establecer criterios de medición y manejo de información estándar.

Para tener una idea de la manera como se manejan los datos de índices de falla en forma sintetizada (considerando todas las causas de falla) se dan algunos valores de índices de falla para elementos de circuitos de distribución aéreos y subterráneos.

- *Fallas por kVA's totales instalados.*

Algunos valores de referencia de los índices de confiabilidad, tomados de los reportes de la Conferencia de Integración Regional para Latinoamérica y el grupo de distribución de la CIGRE para sistemas de distribución aéreos son los siguientes:

- Tiempo promedio de interrupción anual por usuario (TIU).

Valor deseable 100 min/año.

- Tiempo promedio de duración de una salida. (SAIDI)

Se cuantifican como salidas de servicio todas aquellas con tiempos superiores a 1 minuto, pueden ser muy cortas (alrededor de 1 minuto) o muy largas (mayores de una hora), pero el tiempo promedio considerando labores de mantenimiento es de 30 minutos.

- Número promedio anual de salidas (SAIFI)

Es el número promedio de salidas de servicio que se da a un usuario, este valor representa un índice importante y el promedio deseable es 1.2 salidas/año por usuario.

Los índices anteriores para redes de distribución aéreas corresponden a alimentadores primarios con restauradores (elementos de reconexión automática para fallas transitorias), de manera que en la medida que se automatizan más las redes es mayor el índice de calidad de servicio debido a la reducción de los índices anteriores, en la tabla 2.1 se aprecian los principales índices de falla para elementos de circuitos de distribución aéreos y subterráneos.

Tabla 2.1 índices de falla para elementos de circuitos de distribución aéreos y subterráneos

Elementos del circuito	Índices de Falla	
	Red aérea	Red subterránea
Alimentador primario	0.100	0.03
Alimentador secundario	0.47	0.11
Acometidas	0.0046	0.002
Transformadores	0.0030*	0.003*
Fusibles	0.024	0.005

\* Fallas por kVA's totales instalados.

## 2.5 ÍNDICES ADICIONALES DE INTERRUPCIÓN

### 2.5.1 Conceptos

Los tres primeros índices de confiabilidad que se han evaluado usando conceptos clásicos son: la tasa promedio de falla, tiempo promedio de interrupción y promedio de indisponibilidad anual ó promedio del tiempo de interrupción anual. Los índices de tiempo promedio de interrupción y promedio de indisponibilidad anual, generalmente sólo se utilizarán en esta tesis como parámetros de falla. Debe notarse, sin embargo, que estos valores no son determinísticos, pero son los valores promedios o esperados de una distribución de probabilidad fundamental y que sólo representa el promedio de varios muestreos.

Aunque los tres índices primarios de confiabilidad son fundamentalmente importantes no siempre dan una representación y respuesta completa del comportamiento del sistema. Por ejemplo, los mismos índices de confiabilidad se evaluarán independientemente, si se conecta un cliente o 100 clientes al mismo punto de carga, o si la carga promedio al punto de carga es 10 kW o 100 MW. Para reflejar la severidad o importancia de una interrupción del sistema se pueden evaluar frecuentemente los índices de confiabilidad. Se definen los índices que normalmente son más usados en las secciones 2.5.2 y 2.5.3.

### 2.5.2 Índices orientados a los clientes

- ***Índice de frecuencia de interrupción promedio del sistema.***

SAIFI (System Average Interruption Frequency Index)

$$SAIFI = \frac{(\text{No. total de clientes interrumpidos})(\text{No. de las interrupciones})}{\text{No. total de clientes}} \quad \text{eventos / año}$$

$$SAIFI = \frac{\text{No. total de clientes interrumpidos}}{\text{No. total de clientes}} = \frac{\sum \lambda_i N_i}{\sum N_i} \quad \text{eventos / año} \quad (2.27)$$

Donde  $\lambda_i$  es la tasa de falla y  $N_i$  es el número de clientes del punto de carga  $i$

- ***Índice de duración de interrupciones promedio del sistema.***

SAIDI (System Average Interruption Duration Index)

$$SAIDI = \frac{\sum \text{Duración de interrupciones} \times \text{No. de clientes afectados}}{\text{No. total de consumidores}} \quad \text{horas / año}$$

$$SAIDI = \frac{\sum \text{Duración de las interrupciones de consumidores}}{\text{No. total de consumidores}} = \frac{\sum U_i N_i}{\sum N_i} \quad \text{horas / año} \quad (2.28)$$

Donde  $U_i$  es el tiempo de interrupción anual y  $N_i$  es el número de clientes del punto de carga  $i$ .

- ***Índice de frecuencia de interrupciones promedio por cliente.***

CAIFI (Customer Average Interruption Frequency Index)

$$CAIFI = \frac{\text{No. total de interrupciones de los usuarios}}{\text{No. total de usuarios afectados}} \quad \text{eventos / año} \quad (2.29)$$



Este índice sólo es diferente del *SAIFI* en el valor del denominador. Particularmente es útil cuando se toma un periodo de un año y se compara con otros periodos de otros años; en cualquier periodo de un año, se puede apreciar que no todos los clientes serán afectados y que muchos tendrán el servicio de energía eléctrica sin interrupciones. El valor de *CAIFI* es muy útil para reconocer tendencias cronológicas en la confiabilidad de un sistema de la distribución particularmente.

En la aplicación de este índice, los clientes afectados sólo deben de contarse una vez, sin tener en cuenta el número de interrupciones que hayan experimentado durante el año.

- ***Índice de duración de interrupciones promedio por cliente.***

CAIDI (Customer Average Interruption Duration Index)

$$CAIDI = \frac{\sum \text{Duración de las interrupciones por usuario}}{\text{No. total de interrupciones por usuario}} \quad \text{horas} \quad (2.30)$$

- ***Índice de disponibilidad promedio del servicio.***

ASAI (Average Service Availability Index)

$$ASAI = \frac{\text{Horas disponibles de servicio por usuario}}{\text{Horas de demanda de servicio por usuario}} = \frac{\sum N_i \times 8760 - \sum U_i N_i}{\sum N_i \times 8760} \quad p.u. \quad (2.31)$$

$$ASUI = 1 - ASAI \frac{\text{Horas de indisponibilidad de servicio por usuario}}{\text{Horas de demanda de servicio por usuario}} = \frac{\sum U_i N_i}{\sum N_i \times 8760} \quad p.u. \quad (2.32)$$

Donde 8760 es el número de horas en un periodo de tiempo de un año.

- ***Tiempo de interrupción por usuario.***

CMPII (Customer Minutes Per Interruption)

$$CMPII = \frac{\sum \text{Duración en minutos por usuario}}{\text{No. de interrupciones}} \quad \text{eventos / horas} \quad (2.33)$$

Los índices anteriores son considerados como índices de calidad de la empresa con respecto al usuario, y sirven de referencia para establecer los criterios de planeación, diseño y operación de las redes de distribución.

Para la planeación se usan en forma más específica índices técnicos como los siguientes:

- ***índice de duración de las interrupciones promedio del sistema (ASIDI).***

$$ASIDI = \frac{\text{Minutos de interrupción de la potencia (KVA)}}{\text{KVA totales suministrados}} \quad \text{eventos / año} \quad (2.34)$$

- ***Índice de la frecuencia de interrupciones promedio en el sistema (ASIFI).***

$$ASIFI = \frac{\text{KVA interrumpidos}}{\text{KVA suministrados}} \quad \text{eventos / año} \quad (2.35)$$

- ***Índice de duración de interrupción promedio por circuito (ACIDI).***

$$ACIDI = \frac{\text{Minutos de interrupción de KVA}}{\text{KVA totales suministrados}} \quad \text{eventos / año} \quad (2.36)$$

### 2.5.3 Índices orientados a la carga y energía

Uno de los parámetros importantes que se requieren para la evaluación de los índices orientados a la carga y energía es el promedio de carga al punto de suministro de energía. El promedio de carga  $L_a$  está dado por:

$$(a) \quad L_a = L_p f$$

donde  $L_p$  = demanda del punto de carga

$f$  = factor de carga

$$(b) \quad L_a = \frac{\text{energía total exigida en el periodo de interés}}{\text{periodo de interés}} = \frac{E_d}{t} \quad (2.37)$$

Donde  $E_d$  y  $t$  son mostradas en la curva de comportamiento de carga (ver la figura 2.5) y  $t$  normalmente es el periodo de un año.

- **Índice de energía no suministrada.**

$$ENS = \text{Energía total no suministrada por el sistema} = \sum L_{a(i)} U_i \quad (2.38)$$

Donde  $L_{a(i)}$  es el promedio de carga conectada al punto de carga  $i$ .

- **Promedio de energía no suministrada, AENS.**

$$AENS = \frac{\text{Energía total no suministrada}}{\text{Número total de clientes con servicio}} = \frac{\sum L_{a(i)} U_i}{\sum N_i} \quad (2.39)$$

- **Índice de corte promedio de clientes, ACCI.**

$$ACCI = \frac{\text{Energía total no suministrada}}{\text{Número total de clientes afectados}} \quad (2.40)$$

Este índice es diferente de  $AENS$  de la misma forma que  $CAIFI$  es diferente que  $SAIFI$ , resultando un índice útil para proporcionar los cambios del promedio de energía no suministrada en un periodo de tiempo de un año y otro.

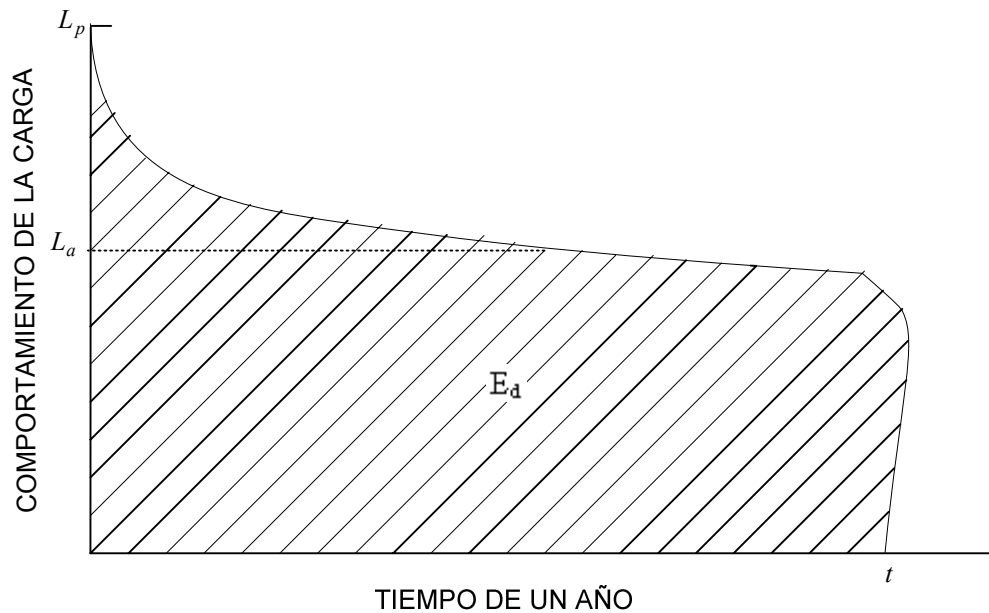


Figura 2.5 Ilustración de  $L_p$ ,  $L_a$ ,  $E_d$  y  $t$  [21]

## 2.6 APLICACIÓN DEL MÉTODO DE CORTES A LA EVALUACIÓN DE LA CONFIABILIDAD DE REDES ELÉCTRICAS

Una metodología muy utilizada en los procesos de evaluación de la confiabilidad de redes eléctricas es la aplicación de los conjuntos de cortes [13], y se utiliza principalmente para determinar los índices de confiabilidad, frecuencia y duración de fallas (ver apéndice B).

Utilizando como criterio de éxito la continuidad de servicio para los puntos de interés, se dice que un sistema está conectado si existe un camino entre la fuente y cada uno de los elementos que componen dicho sistema. La salida de los elementos que pertenecen al conjunto de corte mínimo produce la separación del sistema en dos subsistemas conectados, uno que contiene las entradas (fuentes) y otro que contiene el punto en estudio (normalmente este punto corresponde a un nodo de carga).

El método de los conjuntos de corte, en esencia, hace una representación serie-paralelo de la red bajo estudio, el que puede tener cualquier configuración.

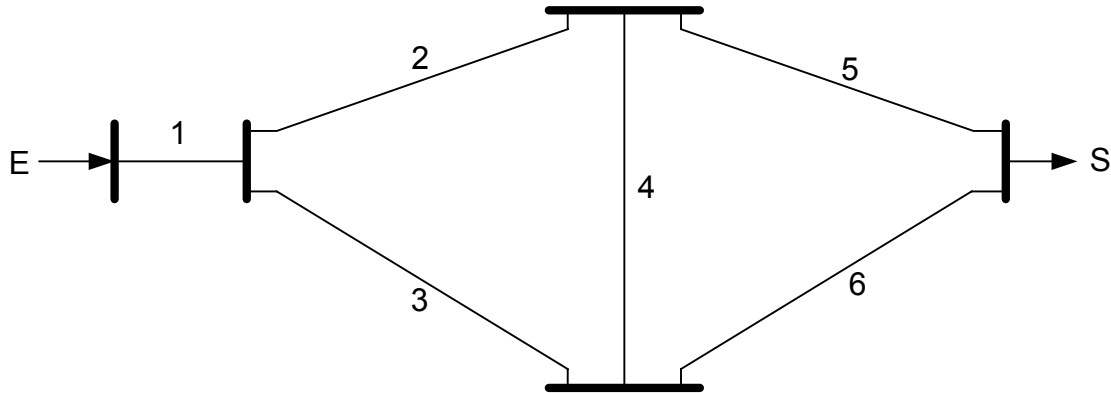


Figura 2.6 Red eléctrica mallada.

Un conjunto de cortes es un grupo de elementos que al ser retirados del sistema (red eléctrica) produce su partición. Se dice que un corte es mínimo cuando no tiene un subconjunto que puede producir el mismo efecto sobre el sistema.

El método de los conjuntos de corte es una aproximación generalmente válida, atendiendo a la alta indisponibilidad normalmente asociada a los componentes de un sistema eléctrico de potencia. Si fallan todos los elementos de un conjunto o grupo de corte, el sistema fallará, sin importar el estado del resto de elementos del sistema. Un sistema puede tener un gran número de conjuntos de corte y un componente en particular puede pertenecer a más de uno de ellos. A manera de ejemplo, considérese el sistema de la figura 2.6, una red eléctrica mallada, compuesta por 6 elementos, la entrada E y la salida S.

La definición de corte mínimo se considera como aquel que no posee un subconjunto con la propiedad de “cortar” el sistema, implica que el grupo de corte nominal corresponde a más componentes que los necesarios para producir la falla del sistema.

En la tabla 2.2 se indican algunos cortes en general. Los cortes mínimos son solamente: (1), (2,3), (5,6), (2,4,6) y (3,4,5).

En el grupo de corte, los elementos deben de conectarse en paralelo, ya que la falla se produce cuando todos esos elementos salen de la red. Los cortes, a su vez, deben conectarse en serie, ya que la ocurrencia de cualquiera de ellos asegura la desconexión del sistema (ver figura 2.7).

Tabla 2.2 Conjuntos de cortes para la red de la figura 2.6

CONJUNTO	ELEMENTOS	CONJUNTO	ELEMENTOS
1	1	6	2 - 3 - 4
2	2 - 3	7	4 - 5 - 6
3	5 - 6	8	2 - 4 - 6
4	1 - 2 - 3	9	3 - 4 - 5
5	1 - 5 - 6	10	2 - 3 - 5 - 6

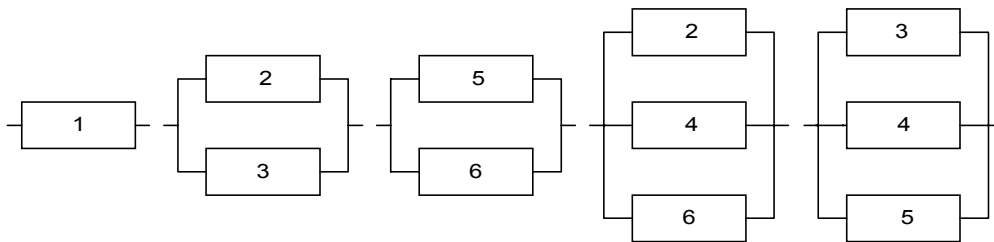


Figura 2.7 Conjuntos de corte mínimo para la red de la figura 2.6





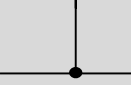
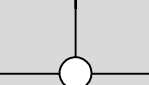
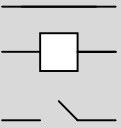

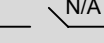

Por lo tanto, el paso inicial en el análisis de cualquier sistema es la determinación de los conjuntos de corte mínimo para el punto de carga en consideración, para luego analizar las condiciones de cada corte mínimo a los índices de confiabilidad del punto de carga en cuestión, empleando para ello ecuaciones que dependen de la naturaleza del evento que produce la falla.

## 2.7 DESCRIPCIÓN DEL GRAFO MODELADOR

El procedimiento descrito a continuación puede aplicarse a redes complejas y de dimensiones grandes. Es importante indicar que para nuestro estudio los cortes de interés son los de primer grado; el programa es capaz de identificar cortes de hasta tercer grado, es decir, tres fallas simultáneas independientes. La razón por la que no se analizan cortes de grado mayor es que la probabilidad de que aparezca una contingencia de más alto grado es despreciable. Esto se basa en que la probabilidad de falla simultánea de una componente está dada por  $q^n$ , donde  $q$  es la probabilidad y  $n$  el número de componentes falladas. La  $q$  es mucho menor que 1, por lo que  $q^n$  es una cantidad muy pequeña, que por no aportar cantidades significativas a los índices de confiabilidad, se considera despreciable.



Tabla 2.3 Modelación de un sistema de transmisión.

<i>Componente del sistema</i>	<i>Componente del grafo</i>	<i>Representación</i>		<i>Identificación</i>
		<b>Sistema</b>	<b>Grafo</b>	
Bus de generación	1 nodo fuente			El generador se identifica con una estrella.
Punto de carga	1 nodo pozo			El punto de carga se identifica con un círculo lleno.
Punto de unión	1 nodo ficticio			Se representa con un círculo en el punto de unión.
Las líneas, interruptores, cuchillas normalmente cerradas (N/C)	1 nodo ficticio por cada componente del sistema			En el grafo se representan mediante un círculo.
Componentes normalmente abiertos (N/A)	1 nodo ficticio			Se representa mediante un círculo y en su interior (N/A)

Para ejemplificar esta fase, tomemos el sistema de transmisión de la figura 2.8 y con la tabla 2.3 se obtendrá la figura 2.9.

Como se observa, se tiene una relación de componente - elemento del grafo. Cabe mencionar que al modelar la red de distribución mediante el grafo se debe de tomar en cuenta que la numeración de los nodos que representan las líneas de distribución deben ser los primeros números en orden ascendente, de tal manera que los nodos ficticios y las fuentes sean los últimos números en modelarse. Como se puede apreciar en el grafo modelador, el elemento 1 representa el interruptor principal, así como los elementos 21 y 22 que representan la fuente de suministro principal y alternativo respectivamente.



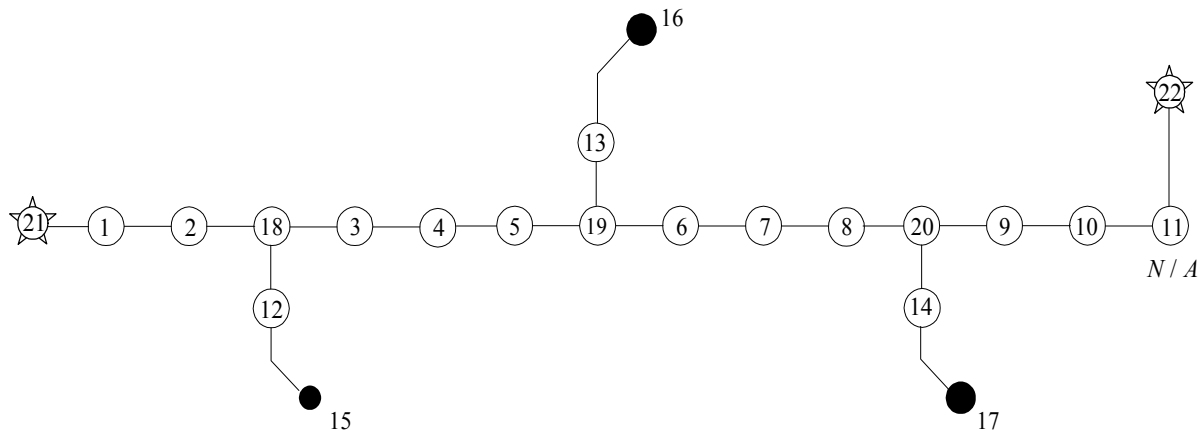


Figura 2.9 Grafo modelador de la figura 2.8

Cuando un elemento representa la posibilidad de que tenga un evento de salida de modo independiente, los índices asociados a dicho elemento son calculados previamente.

En el grafo modelador se observa que se tienen dos nodos fuentes, que son el nodo 21 (suministro principal) y nodo 22 (suministro alternativo), debido a que se desea maximizar la confiabilidad en los nodos pozos (puntos de carga) 15, 16 y 17, los nodos 18, 19 y 20 representan puntos de unión con otros componentes y se especifican como nodos ficticios, los dispositivos de desconexión 2, 3, 6, y 9, se identifican como nodos ficticios y además como nodos que aíslan a otros componentes de la sección principal de alimentación, por ejemplo el nodo 6 aísla al nodo 7 para el caso de que el nodo 7 tenga una falla, de esta forma se evitará que se afecte el índice de confiabilidad del punto de carga 16, y por lo tanto el tiempo de reparación ( $r$ ) se toma como tiempo de seccionalización de apertura y cierre del nodo 6, para este caso se tiene suministro alternativo por lo que el interruptor normalmente abierto entra en operación para alimentar al punto de carga 17 y el tiempo de reparación se toma como el tiempo de apertura y cierre del interruptor normalmente abierto, de esta forma se garantiza la continuidad del suministro de energía para todos los puntos de carga mostrados en la red radial de la figura 2.5. Los interruptores normalmente cerrados y abiertos se consideran totalmente confiables, por lo que se asignan también como nodos ficticios.

La creación del grafo modelador sirve para formar la matriz de conectividad de la red en estudio [20,35], posteriormente se utiliza para calcular los índices de confiabilidad y así

determinar los puntos críticos del sistema, entendiendo por punto crítico la sección de línea con bajo índice de confiabilidad, donde se presenta el mayor número de interrupciones.

En el siguiente capítulo se presentan las metodologías de búsqueda directa y búsqueda por bisección desarrolladas en esta tesis, para determinar la selección y localización óptima de dispositivos de desconexión en la red, al final de éste se discute la importancia de aumentar la confiabilidad y el efecto de las protecciones en los índices a los puntos de carga de las redes de distribución radiales.

---

---

# CAPÍTULO 3

## DESCRIPCIÓN DE LA METODOLOGÍA PARA LA ASIGNACIÓN ÓPTIMA DE DISPOSITIVOS DE DESCONEXIÓN

### 3.1 INTRODUCCIÓN

De acuerdo a un monitoreo de interrupciones de servicio realizado por la CEA en Canadá, el sector de distribución es donde se tiene el mayor porcentaje de salidas, cerca del 80% al 90 % del total del sistema eléctrico de potencia [20,26]. De acuerdo a estos estudios, el 6 y 7 de Julio de 1999 en Canadá, 3.1 millones de usuarios fueron afectados debido a fallas en los sistemas de distribución, considerándose cerca de 4,590 MW interrumpidos; el 8 de Junio de 1999 en Ontario una interrupción de 15 minutos causó pérdidas estimadas en industrias de aproximadamente 264,900 millones de dólares. Por esta razón en los últimos años los sistemas de distribución han empezado a recibir más atención, debido principalmente, a la reestructuración y procesos de privatización del sector eléctrico. Por lo tanto, el valor de la confiabilidad tenderá a ser evaluado con exactitud e introducirá tarifas para bonificación al cliente en caso de que ocurra una interrupción eléctrica [12].

Esto se puede apreciar en las estadísticas mostradas en la tabla 3.1 que describen una empresa de distribución particular del Reino Unido [27].

Tabla 3.1 Estadísticas típicas de confiabilidad de clientes.

Contribuyente	Promedio de confiabilidad por cliente al año	
	(minutos)	(%)
Generación-Transmisión	0.5	0.5
132 kV	2.3	2.4
66 kV y 33 kV	8.0	8.3
11 kV y 6.6 kV	58.8	60.7
Voltaje Bajo	11.5	11.9
Interrupciones programadas	15.7	16.2
Total	96.8 minutos	100.0

Estadísticas como estas reafirman la necesidad de tener relación con la evaluación de confiabilidad en sistemas de distribución, evaluar la posibilidad de contar con esquemas que incluyan suministro alternativo que estén disponibles para el proyectista y asegurar que los recursos, que son limitados pero de importancia, se usen para obtener un aumento en la confiabilidad.

Algunos otros aspectos también deben ser considerados para evaluar la confiabilidad de sistemas de la distribución. Primeramente, aunque un esquema de suministro alternativo puede ser relativamente barato, frecuentemente se gastan grandes cantidades de dinero en estos sistemas. Segundo, es necesario asegurar un equilibrio razonable en la confiabilidad de las tres partes que constituyen un sistema de potencia, es decir, generación, transmisión y distribución. En tercer lugar, varias alternativas están disponibles para el ingeniero en distribución con la finalidad de obtener una confiabilidad aceptable para el cliente, se incluyen los esquemas de suministro alternativos y mejoras en las políticas de mantenimiento. No es posible comparar los méritos cuantitativamente de tales alternativas ni comparar su efecto por el gasto generado sin utilizar la evaluación de confiabilidad cuantitativa.

En la actualidad estos problemas son reconocidos ampliamente y un número importante de empresas a lo largo del mundo están incorporando y usando técnicas de confiabilidad cuantitativa [28,29]. Simultáneamente, técnicas adicionales de evaluación son continuamente desarrolladas y mejoradas, como se puede apreciar en el incremento acelerado de artículos que se publican en esta área [30,31].

---

---

No es fácil de identificar el año en el que surge el interés por el desarrollo de la evaluación cuantitativa de sistemas de distribución, porque las técnicas que se usaron inicialmente estaban basadas con pequeñas o ninguna modificación en los métodos clásicos de sistemas serie y paralelo. El impulso más grande se hizo en el periodo de 1964-1965, cuando un par de artículos se publicaron, proponían una técnica basada en ecuaciones aproximadas para evaluar la tasa y duración de interrupciones [4,32]. Esta técnica ha formado las bases e iniciado la mayoría de los desarrollos que más tarde serían los más modernos.

Desde los desarrollos iniciales, se han publicado un número considerable de artículos que respaldan considerablemente las técnicas básicas y que permiten ver a detalle y de una forma muy práctica el modelado de redes de distribución de sistemas de potencia. [30,31].

Los requerimientos para analizar estas técnicas en un sistema de distribución dependerán del tipo de sistema que se esté considerando y la profundidad de análisis que se necesite. Este capítulo comprende las técnicas básicas de evaluación, estas técnicas son completamente satisfactorias para el análisis de sistemas radiales simples.

## **3.2 MÉTODOS DE EVALUACIÓN PARA LA LOCALIZACIÓN ÓPTIMA DE DISPOSITIVOS DE DESCONEXIÓN.**

Los métodos de evaluación que se utilizan para el desarrollo de esta tesis, garantizan encontrar el número y localización óptima de dispositivos de desconexión (cuchillas desconectoras), desde el punto de vista de costo – beneficio.

### **3.2.1 Descripción del método de búsqueda directa**

Los métodos de búsqueda directa se han desarrollado principalmente para funciones de una sola variable [1]. Aunque esto puede parecer trivial desde el punto de vista práctico, la optimización de funciones de una sola variable puede evolucionar como parte de los algoritmos para funciones de varias variables.

---

---

La idea general de métodos de búsqueda directa es muy simple. Primero, se identifica un intervalo (llamado intervalo de incertidumbre) que se sabe incluye el óptimo; entonces, sistemáticamente se reduce el tamaño del intervalo en una forma de onda que garantice que el óptimo no se pierda. El procedimiento no determina el óptimo exacto, pero en lugar de esto minimiza la longitud del intervalo que incluye el punto óptimo. Teóricamente, la longitud del intervalo que incluye el óptimo puede hacerse tan pequeña como se desee.

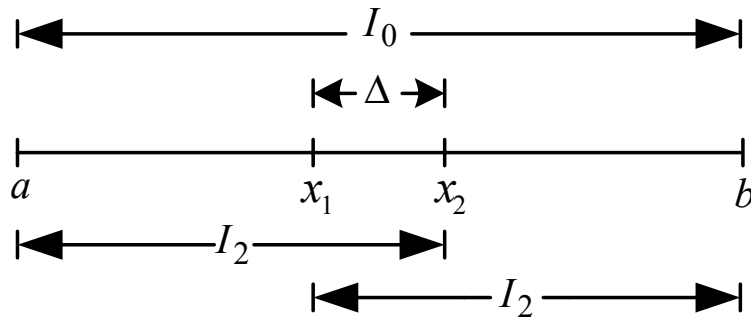
### 3.2.2 Descripción del método de búsqueda por bisección

Supóngase que el intervalo inicial en el cual ocurre un óptimo local que se define como  $a \leq x \leq b$ . Suponga también por conveniencia que se maximiza la función  $f(x)$  [1]. Ahora definimos los valores  $x_1$  y  $x_2$  simétricamente con respecto de  $a$  y  $b$ , tal que los intervalos  $a \leq x \leq x_2$  y  $x_1 \leq x \leq b$  se traslapen en una cantidad finita  $\Delta$  (ver la figura 3.1). Ahora evalúe  $f(x_1)$  y  $f(x_2)$ , resultarán tres casos:

1. Si  $f(x_1) > f(x_2)$ ,  $x^*$  ( $x$  óptima) debe estar entre  $a$  y  $x_2$ .
2. Si  $f(x_1) < f(x_2)$ ,  $x_1 < x^* < b$ .
3. Si  $f(x_1) = f(x_2)$ ,  $x_1 < x^* < x_2$ .

Estos resultados se deducen directamente de la unimodalidad estricta de  $f(x)$ . En cada uno de los casos, el intervalo o los intervalos que no incluyan  $x^*$  se descartan en iteraciones futuras.

El resultado de la búsqueda anterior es que el máximo de  $f(x)$  se limita ahora a un intervalo más pequeño. El nuevo intervalo puede, por consiguiente, dividirse en dos intervalos en la misma forma seguida por el intervalo  $a \leq x \leq b$ . Continuando en esta forma uno puede reducir (en el límite) el intervalo en el cual se encuentra el máximo local a la longitud  $\Delta$ . Esto significa que  $\Delta$  debe seleccionarse razonablemente pequeña (ver apéndice C)


 Figura 3.1 Intervalos de los puntos  $a$  y  $b$ .

Una de las limitaciones de los métodos de búsqueda es que la función optimizada se supone *unimodal* sobre el intervalo de búsqueda [1]. Esto garantiza únicamente un óptimo local. Además, no existe ningún intervalo finito en el cual la pendiente de la función sea cero. Con esta hipótesis adicional la función optimizada puede denominarse *estrictamente unimodal*.

### 3.3. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN

Supóngase un sistema de distribución radial con  $N$  posibles localizaciones de dispositivos de desconexión que pueden ser instalados. Dado un número posible de dispositivos de desconexión, hay muchas posibles localizaciones. El conjunto  $L_k^l$ , representa las  $K$ -ésimas localizaciones para  $l$  dispositivos de desconexión y es determinado por la fórmula de Bernoulli [20]:

$$NDD_N^l = \frac{N!}{l!(N-l)!} \quad (3.1)$$

para  $l = 1, 2, \dots, N$

Y el número total de combinaciones de dispositivos de desconexión  $NT$  es:

$$NT = \sum_{l=1}^N NDD_N^l = 2^N - 1 \quad (3.2)$$

En la tabla 3.2 se muestran todas las posibles combinaciones para 4 dispositivos de desconexión, utilizando las ecuaciones 3.1 y 3.2 se determinan las combinaciones para un número dado de dispositivos de desconexión y se puede observar que con ambas fórmulas el número de combinaciones es 15, donde los ceros nos indican la ausencia del elemento que se está evaluando y los unos la presencia del mismo (ver apéndice D), ejemplo:

Para 1 DD tenemos 4 posibles localizaciones:

$$NDD_4^1 = \frac{4!}{1!(4-1)!} = \frac{24}{6} = 4$$

Para 2 DD:

$$NDD_4^2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{24}{4} = 6$$

Para 3 DD:

$$NDD_4^3 = \frac{4!}{3!(4-3)!} = \frac{24}{6} = 4$$

Para 4 DD:

$$NDD_4^4 = \frac{4!}{4!(4-4)!} = \frac{24}{24} = 1$$

El número total de combinaciones utilizando la ecuación 3.2 es:

$$NT = 2^4 - 1 = 15$$

Tabla 3.2 Combinaciones para 4 dispositivos de desconexión

No. de DD	No. de Juegos	Localización de DD
1	4	0001, 0010, 0100, 1000
2	6	0011, 0101, 1001, 0110, 1100, 1010
3	4	0111, 1101, 1011, 1110
4	1	1111



El costo de interrupción al cliente  $ICOST_k^l$  para la combinación de interruptores  $L_k^l$  se calcula usando una técnica de análisis de costos de confiabilidad [3].

$$\begin{aligned}
 ICOST_k^l &= \left( \sum_{i=1}^{N_p} L_i \sum_{j=1}^{N_e} C_{ij} \lambda_{ij} \right)_k^l \\
 i &= 1, 2, 3, \dots, N_p \\
 j &= 1, 2, 3, \dots, N_e
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Donde:

$L_i$  = Carga promedio al punto de carga  $i$  (kW).

$\lambda_{ij}$  = Tasa de falla al punto de carga  $i$  debido al modo de falla  $j$ .

$C_{ij}$  = Costo de interrupción en p.u. (kW) al punto de carga  $i$  debido al modo de falla  $j$ .

$N_p$  = Número total de puntos de carga del sistema.

$N_e$  = Número total de modos de falla en el sistema de distribución.

$C_{ij}$  = Es la función de costo no-lineal de daño al consumidor compuesta debido a la interrupción  $r_{ij}$ .

$$C_{ij} = \lambda_{ij}(r_{ij}) \tag{3.4}$$

La representación de los costos de inversión por agregar elementos al sistema, para el número de dispositivos de desconexión  $NDD_N^l$  está dado por  $SCOST_k^l$ . El principal problema de la selección y localización óptima del número de dispositivos de desconexión es minimizar los costos de inversión, mantenimiento y pérdidas de energía ocasionadas por interrupciones del sistema (ver ecuación 1.1).

La representación matemática para la minimización de los costos es:

$$TCOST_k^l = SCOST_k^l + ICOST_k^l \tag{3.5}$$

---

---

$$TCOST_k^l = SCOST_k^l + \left( \sum_{i=1}^{Np} L_i \sum_{j=1}^{Ne} C_{ij} \lambda_{ij} \right) \quad (3.6)$$

El número total de combinaciones de dispositivos de desconexión es finito y el número de dispositivos de desconexión es fijo, por consiguiente el problema de optimización es de solución finita.

### 3.4. DESARROLLO DEL ALGORITMO

El problema de optimización es no-lineal y no-diferenciable con infinidad de soluciones. Las técnicas para el desarrollo de este problema se mencionan a continuación:

#### 3.4.1 Técnica de enumeración

El análisis de costo total del sistema, está en función del número total de la localización de dispositivos de desconexión con varios mínimos locales. La localización óptima de los dispositivos de desconexión y el costo mínimo del sistema es un problema de optimización multimínimo, que es normalmente complicado [3]. Se debe de tener cuidado de no incurrir en errores de tomar un óptimo local como un óptimo global.

Para aplicar la técnica de enumeración a este problema los dispositivos de desconexión en cada localización  $i$  estarán representados por un dispositivo de desconexión mediante la variable  $DD_i$ . Donde  $DD_i=1$ , si existe la posibilidad de colocar un dispositivo de desconexión en la posición  $i$  y  $DD_i=0$ , si no existe un dispositivo de desconexión en la posición  $i$ . El procedimiento para determinar la localización óptima de dispositivos de desconexión con la técnica de enumeración se realiza con los siguientes pasos:

- a) Determinar el número de combinaciones de dispositivos de desconexión,  $NDD_N^l$  para un número determinado de dispositivos de desconexión,  $l$ .

- 
- 
- b) Seleccionar un número de dispositivos de desconexión y hacer sus posibles combinaciones, convirtiendo el número decimal en su correspondiente número binario que determina el estado en cada localización de dispositivos de desconexión.
  - c) Hacer un análisis del costo de la confiabilidad y evaluar el costo de interrupción total  $ICOST_k^l$  para la localización de dispositivos de desconexión,  $L_k^l$  y comparar el  $ICOST_k^l$  con el actual costo mínimo  $MICOST$ .
  - d) Reemplazar el  $MICOST$  por el  $ICOST_k^l$ , si el  $ICOST_k^l$  es menor que el  $MICOST$
  - e) Repetir los incisos b), c) y d) hasta que todas las combinaciones sean evaluadas y comparadas; y la localización de los dispositivos de desconexión se obtenga, evaluando su costo mínimo.

### 3.4.2 Técnica de búsqueda directa

La localización óptima para un número dado de dispositivos de desconexión se puede determinar usando la técnica de enumeración incorporada a una búsqueda directa (llamada técnica de búsqueda directa). La técnica de búsqueda directa empieza con un dispositivo de desconexión y su correspondiente localización óptima de todas las posibles combinaciones es determinada usando la técnica de enumeración, después se seleccionan dos dispositivos de desconexión y se determina su localización óptima de todas las posibles combinaciones usando la misma técnica, posteriormente se compara el costo del sistema total para un dispositivo de desconexión y dos dispositivos de desconexión. El procedimiento continúa para tres dispositivos de desconexión, cuatro dispositivos de desconexión, hasta que el número y localización óptimo de todas las combinaciones posibles de dispositivos de desconexión sean encontradas. La técnica de búsqueda directa requiere de cálculos considerables, debido a que es una búsqueda secuencial progresiva de un dispositivo de desconexión hasta el número óptimo de dispositivos de desconexión.

### 3.4.3 Técnica de búsqueda por bisección

Para simplificar el proceso de búsqueda y reducir el tiempo de computo, la relación entre el costo total del sistema corresponde a la localización óptima de las combinaciones de los dispositivos de desconexión que han sido analizados. El costo mínimo de interrupción al cliente corresponde a la localización óptima de dispositivos de desconexión en decrementos no lineales.

La técnica de búsqueda por bisección es una herramienta eficiente para la solución de problemas de optimización con variables discretas con un solo mínimo local.

El intervalo del número de interruptores seleccionados se define como  $[K_{\min}, K_{\max}]$ , donde el límite inferior  $K_{\min}$  es el número mínimo de dispositivos de desconexión y el límite superior  $K_{\max}$  es el número máximo de dispositivos de desconexión.

- a) La evaluación empieza en el punto  $[K_{\min} = 0, K_{\max} = M]$ , el costo total  $RTCOST_l$  se calculan primero, para  $K_{\min} = 0$  y el costo total  $RTCOST_r$  para  $K_{\max} = M$ .
- b) Hacer  $K = [K_{\max} - K_{\min}] / 2$ , los dispositivos de desconexión son seleccionados y se evalúan todas las posibles combinaciones y su localización óptima con la técnica de enumeración, encontrando el costo mínimo total para el sistema  $MTCOST_k$ .
- c) Si  $MTCOST_k$  es más grande que  $RTCOST_l$ , y más chico que  $RTCOST_r$ , hacer  $K_{\max} = K$  y regrese a b), si no continuar al siguiente paso.
- d) Si  $MTCOST_k$  es más chico que  $RTCOST_l$ , y más grande que  $RTCOST_r$ , haga que  $K_{\min} = K$  y regrese al b), si no continúe al siguiente paso.
- e) Si  $MTCOST_k$  es menor que ambos  $RTCOST_l$  y  $RTCOST_r$ , se seleccionan  $K + 1$  dispositivos de desconexión y un análisis similar se hace para encontrar  $MTCOST_{K+1}$ .

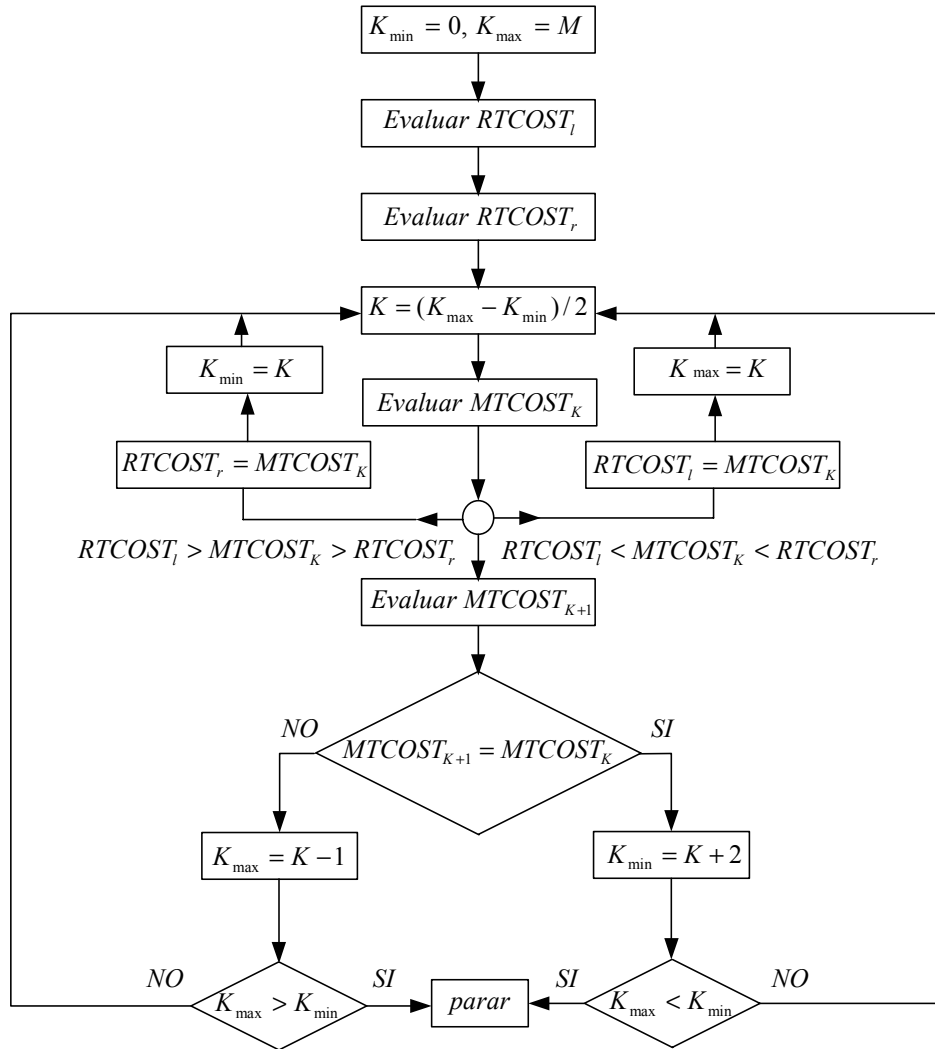


Figura 3.2 Algoritmo de bisección

El límite inferior es remplazado por  $K_{\min} = K + 2$  si el  $MTCOST_{K+1}$  es igual que  $MTCOST_K$ , el límite superior es remplazado por  $K_{\max} = K - 1$ , si no; regresar a b), el procedimiento se repite hasta que sea encontrado el número óptimo de dispositivos de desconexión y su localización de todas las posibles combinaciones en el sistema son evaluadas para encontrar un óptimo global. Con esta técnica se tiene un considerable ahorro de tiempo para el cálculo, cuando el número óptimo de dispositivos de desconexión a analizar es grande.

En las secciones posteriores se evalúan los índices de confiabilidad y el efecto de las protecciones en los sistemas de distribución radial.

## 4.5 CONFIABILIDAD DE SISTEMAS RADIALES

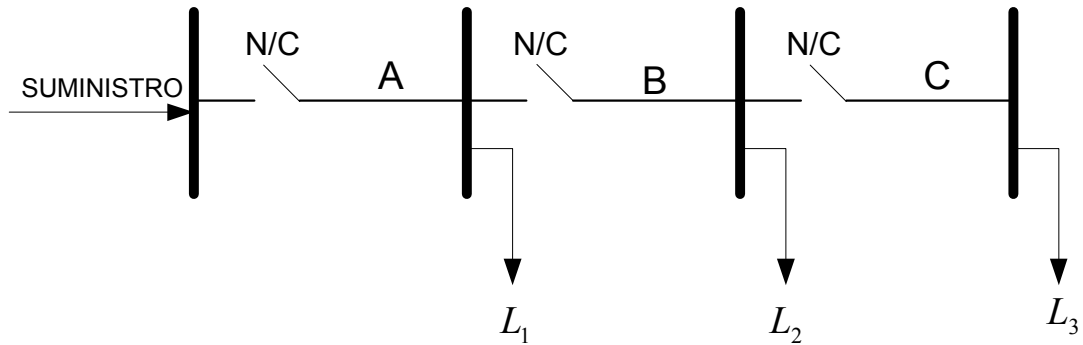


Figura 3.3 Sistema radial simple con tres puntos de carga.

Un sistema de distribución radial consiste en un conjunto de componentes en serie, paralelo, ó una combinación serie-paralelo.

Un cliente conectado a un solo punto de carga del sistema requiere que todos los componentes entre él y el punto de suministro estén operando en óptimas condiciones. Por esta razón el principio de los sistemas serie pueden ser aplicados directamente a este sistema, tomemos en cuenta que los tres parámetros de confiabilidad básicos son la tasa de falla ( $\lambda_s$ ), tasa de reparación ( $r_s$ ) y el tiempo de interrupción anual ( $U_s$ ), las ecuaciones para estos parámetros de confiabilidad se determinaron en el capítulo 2.

Considérese el sistema radial simple mostrado en la figura 3.3, la tasa de falla y tiempos de reparación de cada línea A, B y C se muestran en la tabla 3.3 y los índices de confiabilidad para los puntos de carga son mostrados en la tabla 3.4.

Este ejemplo numérico muestra las características típicas aceptadas de un sistema radial, los clientes que se encuentran conectados en el punto más lejano de suministro tienen la mayoría de interrupciones de energía y, por consiguiente, la mayor confiabilidad. Los resultados y las ecuaciones 2.24 a 2.26 para este ejemplo fueron obtenidos usando los conceptos básicos de confiabilidad de sistemas descritos en el apéndice A.

Se considera que las fallas de los elementos de las líneas  $A$ ,  $B$  y  $C$  son simples circuitos abiertos, que no tiene efectos sobre las demás componentes, es decir la falla del elemento de la línea  $C$  no afecta  $L_1$  ó  $L_2$ . Esto es lo mismo que tener aislamiento perfecto de fallas en elementos de las líneas  $A$ ,  $B$  y  $C$  por los interruptores, mostradas en la figura. 3.3. Estos aspectos se discuten a fondo en la sección 2.6.

Los índices orientados a los clientes y carga, descritos en el capítulo 2, son muy útiles para evaluar la severidad de fallas del sistema y analizar la predicción de confiabilidad futura. Sin embargo, también pueden usarse como medios para evaluar su anterior comportamiento del sistema. De hecho en la actualidad se usan más ampliamente como medidas de seguridad para garantizar la confiabilidad futura del sistema. La evaluación del comportamiento de un sistema es un valioso procedimiento por tres razones importantes:

- a) Establece los cambios cronológicos en el comportamiento de un sistema y por consiguiente ayuda para identificar puntos débiles y evaluar la posibilidad de reforzar el sistema.
- b) Establece la existencia de índices que sirven como una guía para evaluar parámetros aceptables de confiabilidad predictiva.
- c) Permite comparar las predicciones anteriores con la experiencia del operador en la vida real.

Tabla 3.3 Datos de los componentes del sistema para la figura 3.3

<i>Línea</i>	$\lambda$ (fallas / año)	$r$ (horas)
A	0.20	6.0
B	0.10	5.0
C	0.15	8.0

Tabla 3.4 Índices de confiabilidad para los puntos de carga del sistema de la figura 3.3

<i>Puntos de carga</i>	$\lambda_L$ (fallas / año)	$r_L$ (horas)	$U_L$ (horas / año)
$L_1$	0.20	6.0	1.2
$L_2$	0.30	5.7	1.7
$L_3$	0.45	6.4	2.9

Tabla 3.5 Detalles del sistema de distribución

<i>Punto de carga</i>	<i>Número de clientes, N</i>	<i>Promedio de carga conectada, L<sub>a</sub> (kW)</i>
1	1000	5000
2	800	3600
3	600	2800
4	800	3400
5	500	2400
6	300	1800
Total	4000	19000

La evaluación de índices para mejorar el comportamiento de un sistema puede ser ilustrada considerando una sección de un sistema de distribución que tiene seis puntos de carga. El número de clientes y carga promedio conectada a los buses se muestra en la tabla 3.5.

Se considera que el sistema falla cuatro veces al año, teniendo los efectos de interrupción mostrados en la tabla 3.6.

La información que se da en las tablas 3.5 y 3.6 permite que todos los índices orientados a los clientes y carga puedan ser evaluados como se muestra:

$$SAIFI = \frac{\sum N_c}{\sum N} = \frac{3100}{4000} = 0.775 \text{ interrupciones/cliente}$$

$$CAIFI = \frac{\sum N_c}{N_a} = \frac{3100}{2200} = 1.409 \text{ interrupciones/clientes afectados}$$

$$SAIDI = \frac{\sum N_c d}{\sum N} = \frac{6600}{3100} = 1.65 \text{ horas/cliente}$$

$$= 99.0 \text{ minutos/cliente}$$

$$CAIDI = \frac{\sum N_c d}{\sum N_c} = \frac{6600}{3100} = 2.13 \text{ horas/cliente interrumpido}$$

$$= 127.7 \text{ minutos/cliente interrumpido}$$



Tabla 3.6 Efecto de interrupción en un periodo de un año.

Evento de interrupción	Efecto al punto de carga	Número de clientes desconectados ( $N_c$ )	Reducción de carga $L_c$ (kW)	Duración de la interrupción $d$ (horas)	Reducción de horas a clientes	Energía no suministrada $L_c d$ (kWh)
1	2	800	3600	3	2400	10800
---	3	600	1800	3	1800	8400
2	6	300	1800	2	600	3600
3	3	600	2800	1	600	2800
4	5	500	2400	1.5	750	3600
---	6	<u>300</u>	<u>1800</u>	1.5	<u>450</u>	<u>2700</u>
Total	---	3100	15200	---	6600	31900

Número de clientes afectados =  $800+600+300+500 = 2200 = N_a$

$$ASAI = \frac{\sum N \times 8760 - \sum N_c d}{\sum N \times 8760} = \frac{4000 \times 8760 - 6600}{4000 \times 8760} = 0.99812$$

$$ASUI = 1 - 0.99812 = 0.00188$$

$$ENS = \sum L_c d = 31900 \text{ kWh}$$

$$AENS = \frac{ENS}{\sum N} = \frac{31900}{4000} = 7.98 \text{ kWh/cliente}$$

$$ACCI = \frac{ENS}{N_a} = \frac{31900}{2200} = 14.5 \text{ kWh/cliente}$$

Una investigación reciente de la EPRI ha establecido que los índices más frecuentemente usados para evaluar el comportamiento de sistemas, son los que están relacionados directamente con los clientes [33]. El histograma mostrado en la figura 3.4, muestra la popularidad de diversos índices que mejoran el desempeño de las empresas, mismas que respondieron al estudio asociado con el proyecto de la EPRI [33].

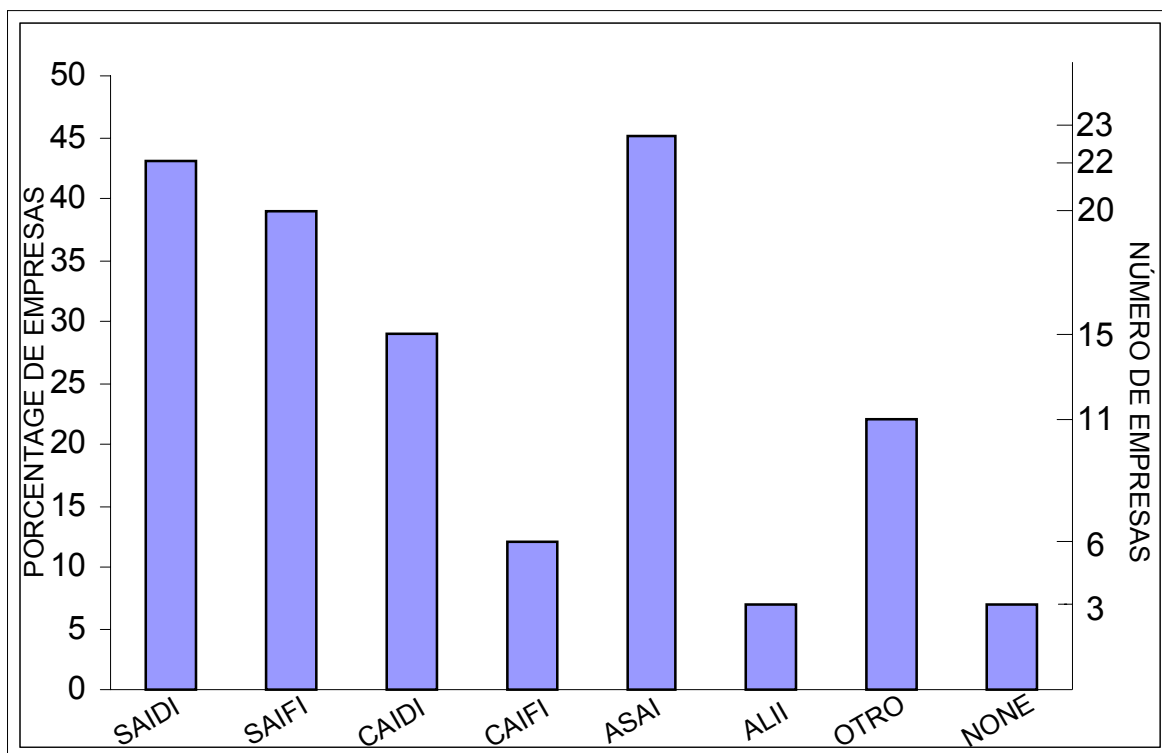


Figura 3.4 Índices usados frecuentemente para el desempeño de varias empresas

SAIDI Duración promedio de la interrupción por cliente afectado

SAIFI Promedio de interrupción por cliente afectado

CAIDI Duración promedio de interrupción por cliente interrumpido

CAIFI Promedio de interrupción por cliente interrumpido

ASAI Horas cliente disponibles/horas cliente de demanda

ALII Promedio de kVA conectados interrumpidos por kVA conectados a la carga afectada

### 3.6 PREDICCIÓN DEL SISTEMA

Para ilustrar la evaluación de los índices orientados a los clientes y carga durante el comportamiento del desempeño futuro del sistema, mejor conocido como predicción del sistema, considérese el sistema de la figura 3.3 y los índices de confiabilidad primaria mostrados en la tabla 3.4. El número de clientes y la demanda promedio de carga conectados en cada punto de carga es como se muestra en la tabla 3.7.

Tabla 3.7 Datos del sistema para la figura 3.3

<i>Punto de carga</i>	<i>Número de clientes</i>	<i>Demanda de carga promedio (kW)</i>
L <sub>1</sub>	200	1000
L <sub>2</sub>	150	700
L <sub>3</sub>	100	400
Total	450	2100

Los índices orientados a los clientes y carga, ahora pueden ser evaluados como sigue:

$$SAIFI = \frac{0.2 \times 200 + 0.3 \times 150 + 0.45 \times 100}{200 + 150 + 100} = 0.289 \text{ interrupciones/cliente al año}$$

$$SAIDI = \frac{1.2 \times 200 + 1.7 \times 150 + 2.9 \times 100}{450} = 1.74 \text{ horas/cliente al año}$$

$$CAIDI = \frac{1.2 \times 200 + 1.7 \times 150 + 2.9 \times 100}{0.2 \times 200 + 0.3 \times 150 + 0.45 \times 100} = 6.04 \text{ horas/cliente interrumpido}$$

$$ASAI = \frac{450 \times 8760 - (1.2 \times 200 + 1.7 \times 150 + 2.9 \times 100)}{450 \times 8760} = 0.999801$$

$$ASUI = 1 - 0.999801 = 0.000199$$

$$ENS = 1000 \times 1.2 + 700 \times 1.7 + 400 \times 2.9 = 3550 \text{ kWh/año}$$

$$AENS = \frac{3550}{450} = 7.89 \text{ kWh/cliente al año}$$

### 3.7 APLICACIÓN A SISTEMAS RADIALES

Algunos sistemas de distribución son diseñados y construidos con un solo sistema de alimentación radial, algunos otros sistemas se construyen como sistemas mallados, también son alimentados con un solo sistema de alimentación radial pero usando normalmente un punto abierto en la malla. Normalmente el propósito del punto abierto es para reducir la cantidad de equipo expuesto a fallas en un solo circuito alimentado y para asegura esto, normalmente el punto abierto puede ser cerrado y otro abierto para minimizar el total de carga que es desconectada.

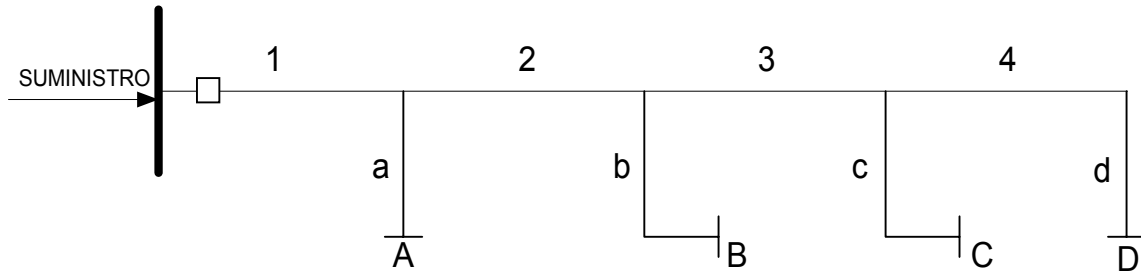


Figura 3.5 Red de distribución radial típica

Las técnicas descritas en este capítulo pueden ser usadas para evaluar los tres índices primarios y los índices adicionales orientados a los clientes y carga para todos los sistemas de distribución [21].

Ahora considérese el sistema mostrado en la figura 3.5, donde se muestra una representación de una sola línea del sistema y el siguiente párrafo implica que cualquier falla puede ocurrir, ya sea, una sola fase o bien que se disparen las tres fases.

Normalmente se encuentra en la práctica que líneas y cables tienen una tasa de falla que es aproximadamente proporcional a su longitud. Para este ejemplo el alimentador principal (Secciones 1, 2, 3, 4) tiene una tasa de falla de 0.1 fallas/km al año y las líneas laterales ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ) tienen una tasa de falla de 0.2 fallas/km al año, considérese los datos básicos que se dan en la tabla 3.8 como son longitudes de las líneas y parámetros de confiabilidad.

Si los componentes fallan, se presentan cortos circuitos y cada falla será causa para que el interruptor general opere, si es que no hay ningún punto en el que el sistema pueda ser aislado por medio de un dispositivo de desconexión antes de que opere el interruptor general. En base a este procedimiento de operación, los índices de confiabilidad de cada punto de carga ( $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ) pueden ser evaluados usando el principio de sistemas serie como se muestra en la tabla 3.9.

En este ejemplo, la confiabilidad en cada punto de carga es idéntica. Las políticas de operación que se consideran para este sistema no son muy realistas y adicionalmente las características tales como aislamiento, protecciones adicionales y carga transferible pueden ser incluidas. Estas características son discutidas en las siguientes secciones.

Si la demanda promedio y el número de clientes de cada punto de carga son conocidos, los índices básicos mostrados en la tabla 3.10 pueden extenderse para encontrar los índices orientados al cliente y carga. Considérese el promedio de carga y número de clientes para  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$  como se ha mostrado en la tabla 3.11.

Tabla 3.8 Parámetros de confiabilidad para el sistema de la figura 3.5

<i>Componente</i>	<i>Longitud</i>	$\lambda$ ( <i>fallas / año</i> )	$r$ ( <i>horas</i> )
<i>Sección</i>			
1	2	0.2	4
2	1	0.1	4
3	3	0.3	4
4	2	0.2	4
<i>Distribuidor</i>			
a	1	0.2	2
b	3	0.6	2
c	2	0.4	2
d	1	0.2	2

Tabla 3.9 Índices de confiabilidad para el sistema de la figura 3.5

<i>Componente fallado</i>	<i>Carga del punto A</i>			<i>Carga del punto B</i>			<i>Carga del punto C</i>			<i>Carga del punto D</i>		
	$\lambda$ ( <i>f/año</i> )	$r$ ( <i>hrs.</i> )	$U$ ( <i>hrs./año</i> )	$\lambda$ ( <i>f/año</i> )	$r$ ( <i>hrs.</i> )	$U$ ( <i>hrs./año</i> )	$\lambda$ ( <i>f/año</i> )	$r$ ( <i>hrs.</i> )	$U$ ( <i>hrs./año</i> )	$\lambda$ ( <i>f/año</i> )	$r$ ( <i>hrs.</i> )	$U$ ( <i>hrs./año</i> )
<i>Sección</i>												
1	0.2	4	0.8	0.2	4	0.8	0.2	4	0.8	0.2	4	0.8
2	0.1	4	0.4	0.1	4	0.4	0.1	4	0.4	0.1	4	0.4
3	0.3	4	1.2	0.3	4	1.2	0.3	4	1.2	0.3	4	1.2
4	0.2	4	0.8	0.2	4	0.8	0.2	4	0.8	0.2	4	0.8
<i>Distribuidor</i>												
a	0.2	2	0.4	0.2	2	0.4	0.2	2	0.4	0.2	2	0.4
b	0.6	2	1.2	0.6	2	1.2	0.6	2	1.2	0.6	2	1.2
c	0.4	2	0.8	0.4	2	0.8	0.4	2	0.8	0.4	2	0.8
d	0.2	2	0.4	0.2	2	0.4	0.2	2	0.4	0.2	2	0.4
<i>Total</i>	2.2	2.73	6.0	2.2	2.73	6.0	2.2	2.73	6.0	2.2	2.73	6.0

(Donde:  $\lambda$  = tasa de fallas,  $r$  = tiempo de reparación,  $U$  = tiempo de inactividad por año)

Los índices adicionales para este sistema pueden evaluarse de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 SAIFI &= 2.2 \text{ interrupciones/cliente al año} & ASUI &= 0.000685 \\
 SAIDI &= 6.0 \text{ horas/cliente al año} & ASAI &= 0.999315 \\
 CAIDI &= 2.73 \text{ horas/cliente interrumpido} & ENS &= 84.0 \text{ MWh / año} \\
 & & AENS &= 28.0 \text{ KWh / cliente al año}
 \end{aligned}$$

Tabla 3.10 Clientes y carga conectada al sistema de la figura 3.5

<i>Punto de carga</i>	<i>Número de clientes</i>	<i>Demanda de carga conectada (kW)</i>
A	1000	5000
B	800	4000
C	700	3000
D	500	2000

### 3.8 EFECTO DE LAS PROTECCIONES EN LAS LÍNEAS LATERALES

Frecuentemente las protecciones se usan en los sistemas de distribución para liberar fallas, mejorar la confiabilidad, tener una mejor planeación, reconfigurar la red, etc., para el caso del sistema mostrado en la figura 3.5 existe la posibilidad de instalar fusibles en cada punto de las líneas laterales. En este caso un corto circuito en una línea lateral es causa de que el fusible se funda y por consiguiente que se corte la energía en este punto de carga hasta que la falla sea liberada, esto no afecta o causa la desconexión de cualquier otro punto de carga. En consecuencia los índices de confiabilidad del sistema se modifican con respecto a los presentados en la tabla 3.11.

En este caso los índices de confiabilidad se mejoran para todos los puntos de carga aunque el porcentaje de mejoramiento es diferente para cada uno. El punto de carga más inestable es B debido a los efectos dominantes de las fallas en las líneas laterales. Los índices adicionales para este sistema son:

$$\begin{aligned}
 SAIFI &= 1.15 \text{ interrupciones/cliente al año} & ASUI &= 0.000446 \\
 SAIDI &= 3.91 \text{ horas/cliente al año} & ASAI &= 0.999554 \\
 CAIDI &= 3.39 \text{ horas/cliente interrumpido} & ENS &= 54.8 \text{ MWh / año} \\
 & & AENS &= 18.3 \text{ KWh / cliente al año}
 \end{aligned}$$

Tabla 3.11 Índices de confiabilidad con fusibles laterales

Componente fallado	Carga del punto A			Carga del punto B			Carga del punto C			Carga del punto D		
	$\lambda$	$r$	$U$	$\lambda$	$r$	$U$	$\lambda$	$r$	$U$	$\lambda$	$r$	$U$
	(f/año)	hrs.	(hrs./año)	(f/año)	hrs.	(hrs./año)	(f/año)	hrs.	(hrs./año)	(f/año)	hrs.	(hrs./año)
<i>Sección</i>												
1	0.2	4	0.8	0.2	4	0.8	0.2	4	0.8	0.2	4	0.8
2	0.1	4	0.4	0.1	4	0.4	0.1	4	0.4	0.1	4	0.4
3	0.3	4	1.2	0.3	4	1.2	0.3	4	1.2	0.3	4	1.2
4	0.2	4	0.8	0.2	4	0.8	0.2	4	0.8	0.2	4	0.8
<i>Distribuidor</i>												
a	0.2	2	0.4									
b				0.6	2	1.2						
c							0.4	2	0.8			
d										0.2	2	0.4
<i>Total</i>	<i>1.0</i>	<i>3.6</i>	<i>3.6</i>	<i>1.4</i>	<i>3.14</i>	<i>4.4</i>	<i>1.2</i>	<i>3.33</i>	<i>4.0</i>	<i>1.0</i>	<i>3.6</i>	<i>3.6</i>

### 3.9 EFECTO DE INSTALAR DISPOSITIVOS DE DESCONEXIÓN

Una segunda alternativa para el esquema de mejoramiento es la instalación de dispositivos de desconexión en los puntos más débiles a lo largo del alimentador principal. Estos dispositivos de desconexión generalmente actúan con un corto circuito antes de que el interruptor general se dispare, sin embargo, si la falla es detectada y no es permanente el dispositivo de desconexión puede tener su recierre.

Este procedimiento permite la restauración de todos los puntos de carga entre el punto de suministro y el punto de aislamiento hasta que el proceso de reparación haya concluido; los puntos de aislamiento para el sistema anterior se sitúan como se muestra en la Fig. 3.6 y el tiempo de apertura y cierre para los dispositivos de desconexión es de 30 minutos.

Los índices de confiabilidad para los cuatro puntos de carga ahora son modificados con respecto a los que se muestran en la tabla 3.12.

Tabla 3.12 Índices de confiabilidad con protecciones laterales y dispositivos de desconexión

Componente fallado	Carga del punto A			Carga del punto B			Carga del punto C			Carga del punto D		
	$\lambda$ (f/año)	$r$ hrs.	$U$ (hrs./año)	$\lambda$ (f/año)	$r$ hrs.	$U$ (hrs./año)	$\lambda$ (f/año)	$r$ hrs.	$U$ (hrs./año)	$\lambda$ (f/año)	$r$ hrs.	$U$ (hrs./año)
<i>Sección</i>												
1	0.2	4	0.8	0.2	4	0.8	0.2	4	0.8	0.2	4	0.8
2	0.1	0.5	0.05	0.1	4	0.4	0.1	4	0.4	0.1	4	0.4
3	0.3	0.5	0.15	0.3	0.5	0.15	0.3	4	1.2	0.3	4	1.2
4	0.2	0.5	0.1	0.2	0.5	0.1	0.2	0.5	0.1	0.2	4	0.8
<i>Distribuidor</i>												
a	0.2	2	0.4									
b				0.6	2	1.2						
c							0.4	2	0.8			
d										0.2	2	0.4
<i>Total</i>	<i>1.0</i>	<i>1.5</i>	<i>1.5</i>	<i>1.4</i>	<i>1.89</i>	<i>2.65</i>	<i>1.2</i>	<i>2.75</i>	<i>3.3</i>	<i>1.0</i>	<i>3.6</i>	<i>3.6</i>

En este caso, los índices de confiabilidad de los puntos de carga *A*, *B* y *C* son mejorados, el porcentaje de mejoramiento es mayor para aquellos cerca del punto del suministro y menor para aquellos que están más alejados de él. Los índices para el punto de carga *D* permanecen inalterados porque el aislamiento no puede quitar el efecto de cualquier falla en este punto de carga. Los índices adicionales orientados a los clientes y carga para esta configuración son:

$SAIFI = 1.15$  interrupciones/cliente al año

$SAIFI = 1.15$  interrupciones/cliente al año

$CAIDI = 2.23$  horas/cliente interrumpido

$ASUI = 0.000294$

$ASAI = 0.999706$

$ENS = 35.2$  MWh/año

$AENS = 11.7$  KWh/cliente al año

### 3.10 EFECTO DE LAS FALLAS EN LAS PROTECCIONES

Los índices de confiabilidad para cada punto de carga en las secciones 3.8 y 3.9 se evaluaron considerando que los fusibles están para proteger a las líneas laterales, operando siempre que ocurra una falla. Sin embargo, ocasionalmente el sistema de protección primaria de vez en cuando no opera; en estos casos entran en operación las protecciones de respaldo.



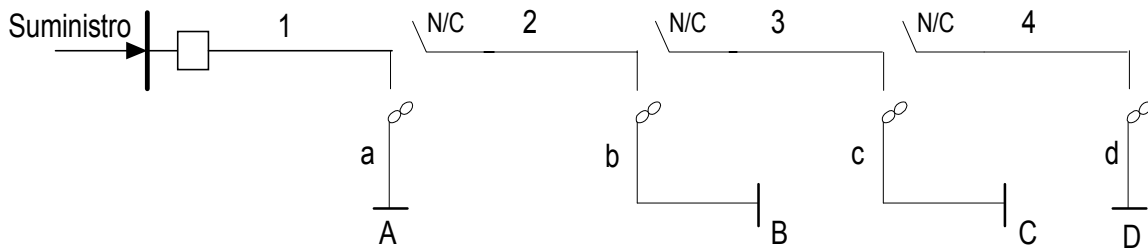


Figura 3.6 red de la figura 3.5 con dispositivos de desconexión y fusibles

Para ilustrar este aspecto y su efecto en los índices de confiabilidad considérese el sistema mostrado en la figura 3.6 y tómesese en cuenta que la operación de fusibles es con una probabilidad de 0.9, es decir, de 10 operaciones que se requieren para que queden fuera los fusibles, solo 9 lo hacen con éxito. En este caso los índices de confiabilidad que se mostraron en la tabla 3.12 son modificados porque por ejemplo, si se presenta una falla en el distribuidor *b*, *c* y *d* solo contribuyen a los índices del punto de carga *A*. Similarmente para el punto de carga *B*, *C* y *D*. La contribución de la tasa de falla se puede evaluar usando el concepto de probabilidad.

$$\begin{aligned} \text{Tasa de falla} &= (\text{tasa de falla / fusibles operados}) \times P(\text{fusibles operados}) \\ &+ (\text{tasa de falla / fusibles fallados}) \times P(\text{fusibles fallados}) \end{aligned}$$

Por lo tanto la aportación a la tasa de falla del punto de carga *A* por la línea lateral *b* es:

$$\text{Tasa de falla} = 0 \times 0.9 + 0.6 \times 0.1 = 0.06$$

La modificación de la tasa de cada uno de los índices mostrados en la tabla 3.13 implica que todas las fallas pueden aislarse en un lapso de tiempo de 0.5 horas.

Los resultados mostrados en tabla 3.13 indican que la confiabilidad de cada punto de carga decrece como se esperaba, la cantidad de decrecimiento dependerá de la probabilidad de que el fusible opere con éxito y el efecto de los eventos de falla adicionales son comparados con aquéllos que ocurren aún cuando los fusibles son 100% confiables en operación.

Tabla 3.13 Índices de confiabilidad con la operación de fusibles y una probabilidad de 0.9

Componente fallado	Carga del punto A			Carga del punto B			Carga del punto C			Carga del punto D		
	$\lambda$ (f/año)	$r$ hrs.	$U$ (hrs./año)	$\lambda$ (f/año)	$r$ hrs.	$U$ (hrs./año)	$\lambda$ (f/año)	$r$ hrs.	$U$ (hrs./año)	$\lambda$ (f/año)	$r$ hrs.	$U$ (hrs./año)
<i>Sección</i>												
1	0.2	4	0.8	0.2	4	0.8	0.2	4	0.8	0.2	4	0.8
2	0.1	0.5	0.05	0.1	4	0.4	0.1	4	0.4	0.1	4	0.4
3	0.3	0.5	0.15	0.3	0.5	0.15	0.3	4	1.2	0.3	4	1.2
4	0.2	0.5	0.1	0.2	0.5	0.1	0.2	0.5	0.1	0.2	4	0.8
<i>Distribuidor</i>												
a	0.2	2	0.4	0.02	0.5	0.01	0.02	0.5	0.01	0.01	0.5	0.01
b	0.06	0.5	0.03	0.6	2	1.2	0.06	0.5	0.03	0.06	0.5	0.03
c	0.04	0.5	0.02	0.04	0.5	0.02	0.4	2	0.8	0.04	0.5	0.02
d	0.02	0.5	0.01	0.02	0.5	0.01	0.02	0.5	0.01	0.2	2	0.4
<i>Total</i>	<i>1.12</i>	<i>1.39</i>	<i>1.56</i>	<i>1.48</i>	<i>1.82</i>	<i>2.69</i>	<i>1.3</i>	<i>2.58</i>	<i>3.35</i>	<i>1.12</i>	<i>3.27</i>	<i>3.66</i>

Este efecto se ilustra en la figura 3.7, donde se muestra el cambio del tiempo de paro anual en un punto de carga como una función de la probabilidad de que el fusible opere exitosamente [21]. En esta figura la inconfiabilidad asociada con las probabilidades de éxito de 1.0 y 0.9 corresponden a los resultados mostrados en las tablas 3.12 y 3.13 respectivamente, y una probabilidad de éxito de 0.0 corresponde a los resultados que se obtendrían si los fusibles no existieran en las líneas laterales.

Los índices adicionales orientados a los clientes y carga son:

$SAIFI = 1.26$  interrupciones/cliente al año

$SAIDI = 2.63$  horas/cliente al año

$CAIDI = 2.09$  horas/cliente interrumpido

$ASUI = 0.000300$

$ASAI = 0.999700$

$ENS = 35.9$  MWh / año

$AENS = 12.0$  KWh / cliente al año

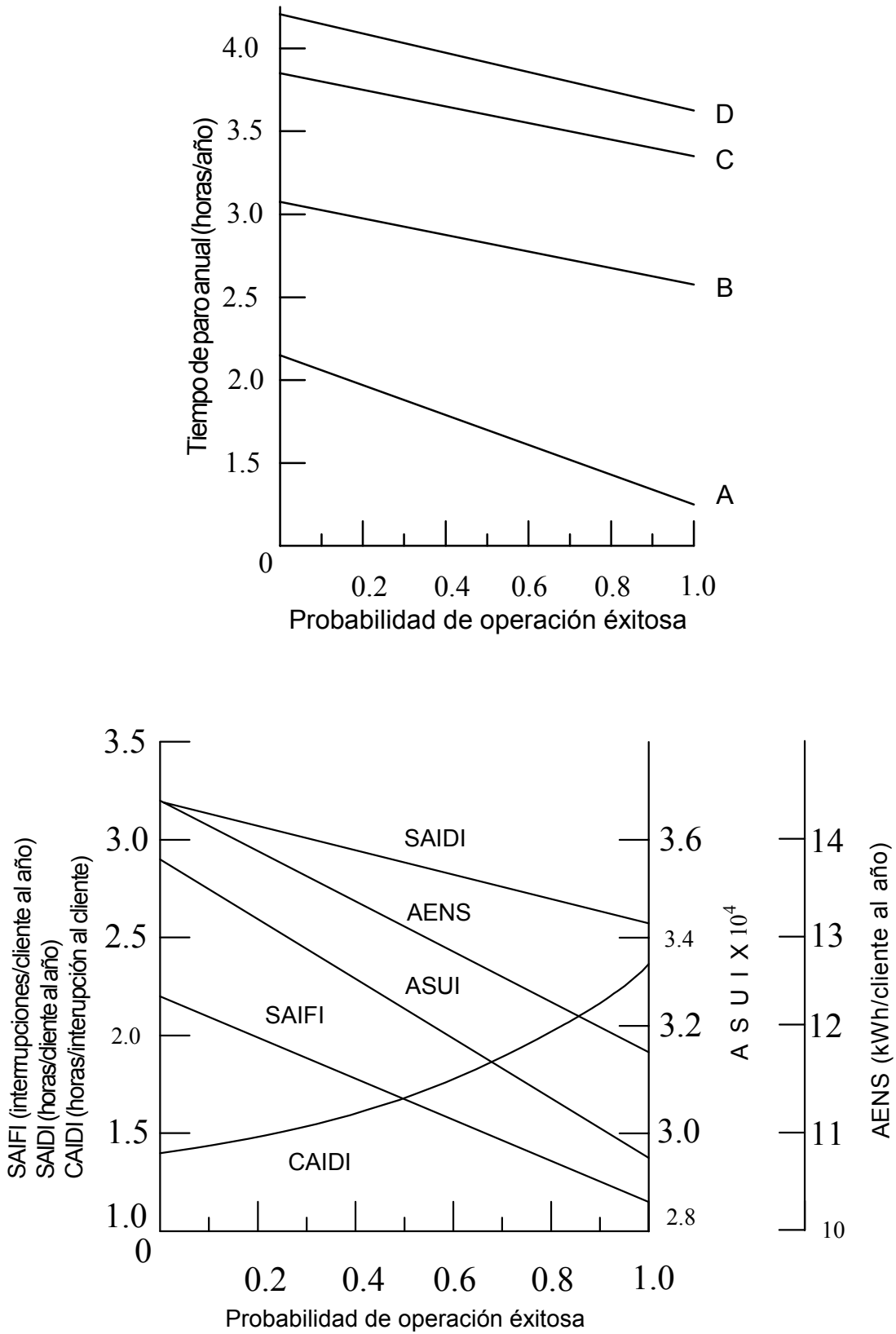


Figura 3.7 Efecto de fallas en las protecciones hacia los índices de los puntos de carga [21].

La selección de un número adecuado de DD es de gran importancia y son usados en sistemas de distribución primaria para varias aplicaciones tales como para mejorar la confiabilidad, aislar fallas, mejorar la planeación y para reconfigurar la red [2,21]. El número y localización óptima de DD es un factor importante en sistemas de distribución, más cuando se habla de una red de distribución automatizada, donde los DD son activados de forma remota. Los costos asociados con la instalación de los DD son realmente significativos, por lo que habrá que llegar a un punto en el que se equilibre el beneficio obtenido con el costo requerido [2].

En el siguiente capítulo se aplican las metodologías que se desarrollan en esta tesis a diferentes sistemas de prueba, las dos metodologías muestran resultados satisfactorios. El tiempo de interrupción requerido para aislar una falla es de 30 minutos y se considera que en cada punto de carga se encuentran conectados diferentes clientes que corresponden a un 40% comercial y un 60% residencial [21].

---

---

# CAPÍTULO 4

## APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA A SISTEMAS DE PRUEBA

### 4.1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo se estudian dos sistemas de distribución radial con y sin suministro alternativo, con el objeto de ilustrar las metodologías de selección y localización de dispositivos de desconexión en la planeación de sistemas de distribución radiales, así como la optimización de recursos para alcanzar niveles de disponibilidad deseados en los puntos de carga de la red. La idea principal de modelar redes en forma radial se debe a la configuración que predomina en las redes de distribución de la CFE.

### 4.2. SISTEMA DE ESTUDIO 1

#### 4.2.1 Caso De Prueba No. 1: Red De Distribución Radial Sin Suministro Alternativo

Se presenta el primer caso de prueba, el sistema de distribución radial mostrado en la figura 4.1 y su grafo modelador (figura 4.2) [25], la red se analizó en el capítulo 2 y sirvió como ejemplo para modelar las redes de distribución radiales mediante un grafo planar.

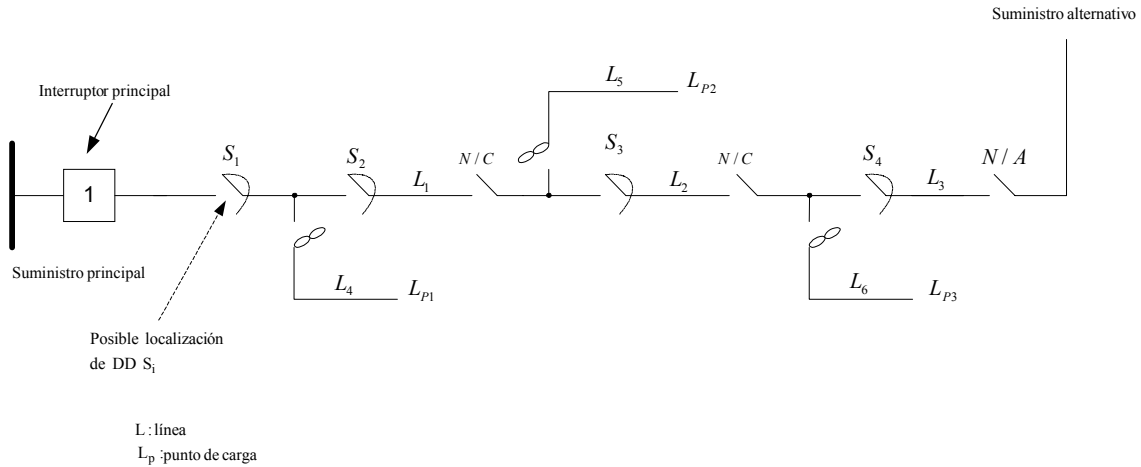


Figura4.1. Red de distribución tipo radial para el sistema de estudio 1

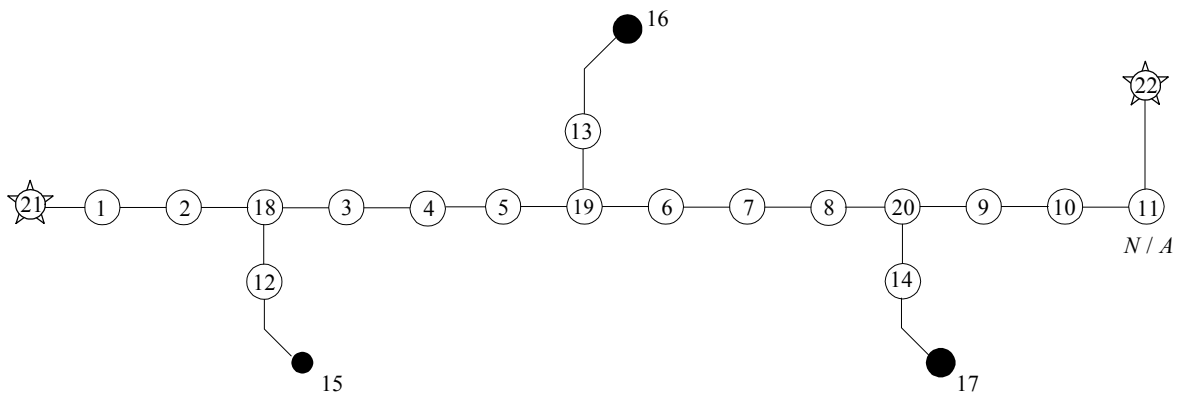


Figura 4.2 Grafo modelador de la red en estudio 1.

El sistema se analiza usando el método de búsqueda directa y el método de búsqueda por bisección. El costo por dispositivos de desconexión es de \$20,000.00 U.S. (dólares), y son colocados en postes y operados de forma automática [3]. Para este caso de estudio no se considera suministro alternativo.

#### 4.2.2 Aplicación al sistema de estudio

La red cuenta con 6 secciones de líneas de transmisión, de las cuales las primeras tres se consideran como líneas principales, se representan en el grafo con los números 4, 7 y 10 y las otras como líneas laterales que están representadas por los números 12, 13, 14.

Los puntos de carga se identifican en el grafo con los números 15, 16 y 17, las 4 posibles localizaciones de dispositivos de desconexión ( $S_1 - S_4$ ), se representan en el grafo con los números 2, 3, 6 y 9, las cuchillas normalmente cerradas y abiertas están denotadas por los números 5, 8 y 11, estos dispositivos se consideran totalmente confiables.

Los datos de confiabilidad y los datos de carga se dan en las tablas 4.1 y 4.2, respectivamente [21], los tiempos de apertura y cierre de dispositivos de desconexión requeridos para aislar la falla son de 0.5 horas, se determina que el tipo de clientes conectados es 40% comercial y 60% residencial en cada punto de carga.

Tabla 4.1. Parámetros de confiabilidad para el sistema de estudio 1

Sección de línea	Tasa de falla ( $\lambda$ )	Tiempo de reparación (r) en horas.
Interruptor Gral.	0.23	11.0
1	0.2	3.0
2	0.3	3.0
3	0.1	3.0
4	0.75	1.0
5	0.5	1.0
6	0.25	1.0

Tabla 4.2. Parámetros a los puntos de carga para el sistema de estudio 1

Puntos de carga	Demanda en (kW)
1	10,000.00
2	10,000.00
3	10,000.00

La tabla 4.3 muestra los datos para la curva compuesta de daño al consumidor para los diferentes sectores como: industrial, comercial, agrícola, residencial, oficinas, instituciones gubernamentales, y grandes usuarios [21]; se muestra gráficamente en la figura 4.3.

Tabla 4.3. Duración de interrupción en (\$/kW) para diferentes sectores

<i>Duración de la interrupción</i>				
1 min.	20 min.	2 hrs.	4 hrs.	8 hrs.
0.67	1.56	3.85	12.14	29.41

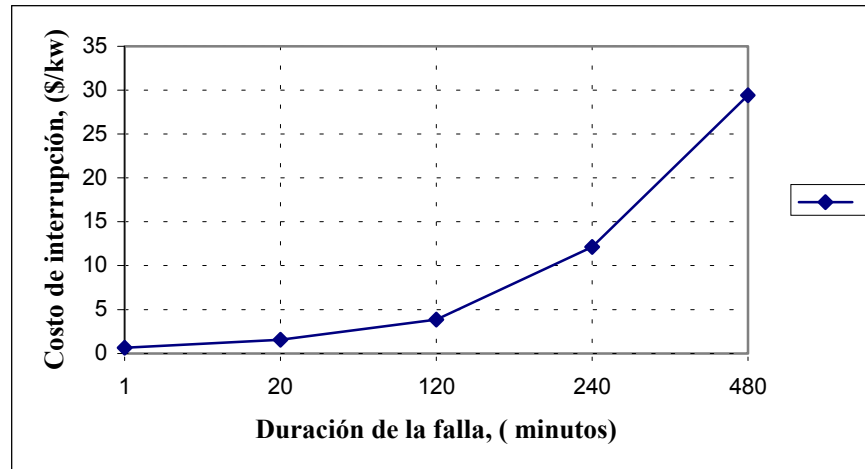


Figura 4.3. Curva compuesta de daño al consumidor

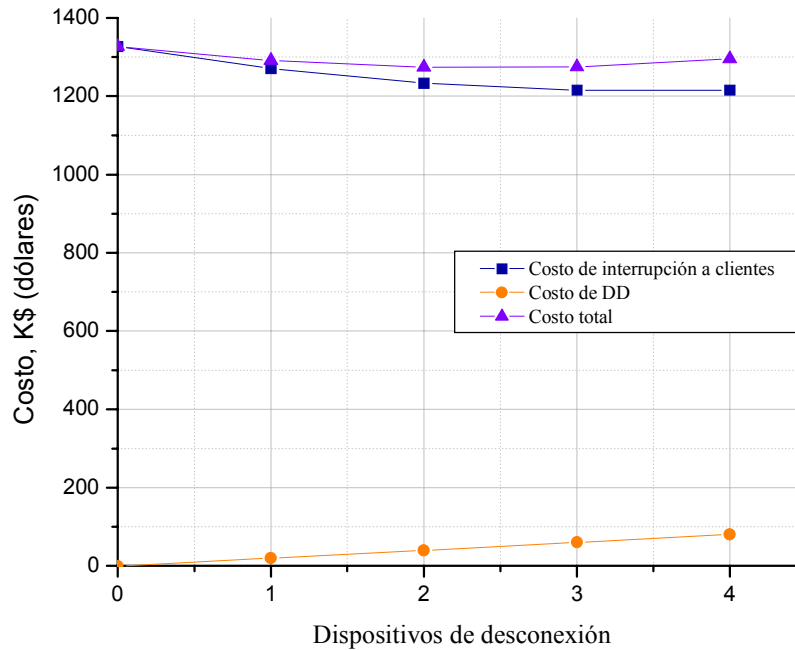


Figura 4.4 Costo del sistema 1 para el caso 1 usando método de búsqueda directa

La curva de costo óptimo obtenida usando el algoritmo de búsqueda directa se muestra en la figura 4.4. Para este caso el número óptimo de dispositivos de desconexión es 2 que deben instalarse en los puntos más débiles de la red ( $S_2, S_3$ ) para garantizar mayor confiabilidad en el sistema, el número de iteraciones necesarias para encontrar la solución óptima para el sistema es 5.



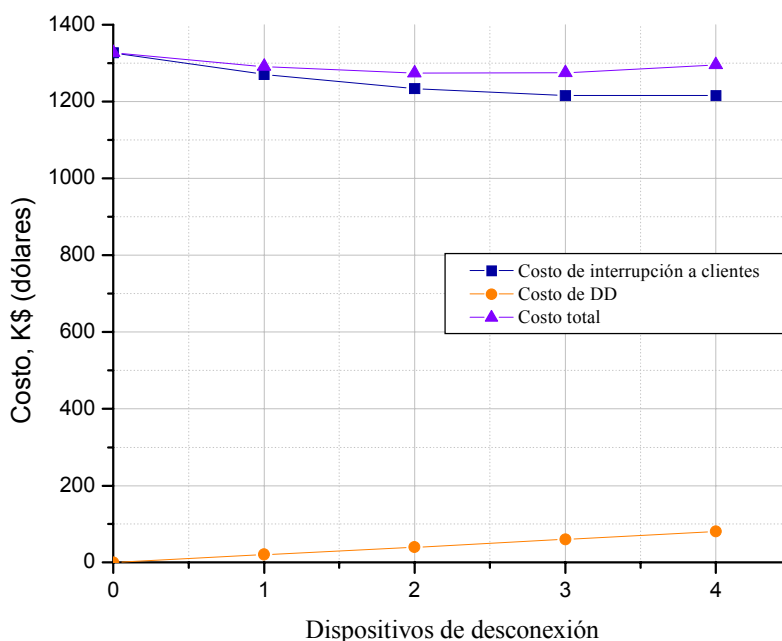


Figura 4.5. Costo del sistema 1 para el caso 1 usando el método de búsqueda por bisección

En la tabla 4.4 se pueden apreciar los costos de interrupción a usuarios y los costos totales para el sistema después de la optimización.

Tabla 4.4. Localización de dispositivos de desconexión y costos del sistema para el caso 1.

DD	Costo de interrupción a usuarios, k\$	Costo de DD, k\$	Costo total, k\$	Localización de DD
0	1326.966	0.0	1326.966	No hay
1	1271.112	20.0	1291.112	$S_3$
2*	1233.876	40.0	1273.876	$S_2, S_3$
3	1215.258	60.0	1275.258	$S_2, S_3, S_4$
4	1215.258	80.0	1295.258	$S_1, S_2, S_3, S_4$

\* Número óptimo

La curva de costo óptimo obtenida usando el algoritmo de búsqueda por bisección se muestran en la figura 4.5, se puede apreciar que 2 interruptores es el número óptimo para garantizar la confiabilidad del sistema tomando en cuenta el criterio costo – beneficio.

El resultado es el mismo comparado con el que se obtiene por el método de búsqueda directa, pero la ventaja de este método es que la solución se alcanza con dos iteraciones. Para sistemas

más complejos en donde se desea instalar un número superior a seis dispositivos de desconexión se recomienda usar el método de búsqueda por bisección, puesto que al analizarlo por el método de búsqueda directa es necesario de hacer todas las iteraciones, resultando ser una tarea gigantesca y tediosa.

### 4.2.3 Caso de prueba No. 2: red de distribución radial con suministro alternativo

Tómese en cuenta la misma red de transmisión de la figura 4.1, ahora en este caso de prueba se desea maximizar la confiabilidad en los nodos pozo 15,16 y 17 del grafo modelador (ver figura 4.2).

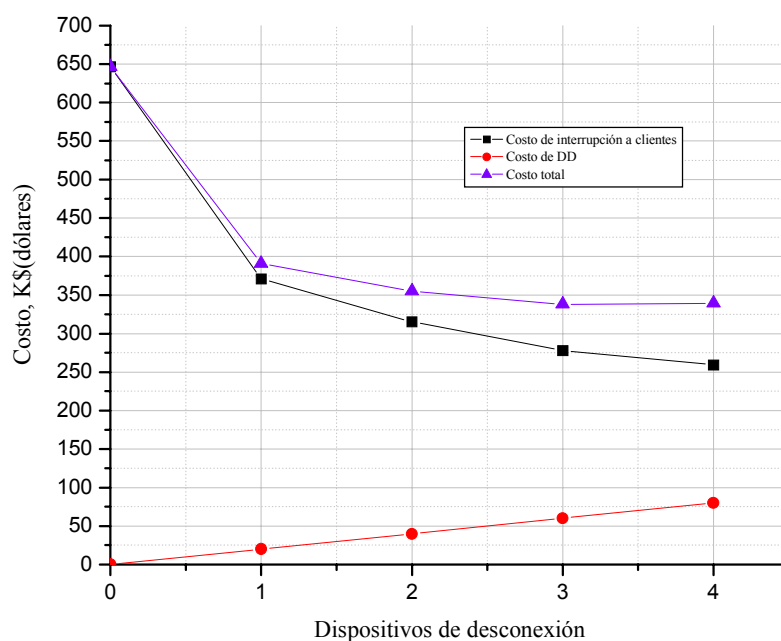


Figura 4.6 Costo del sistema 1 para el caso 2 usando método de búsqueda directa

El sistema se analiza usando el método de búsqueda directa y el método de búsqueda por bisección.

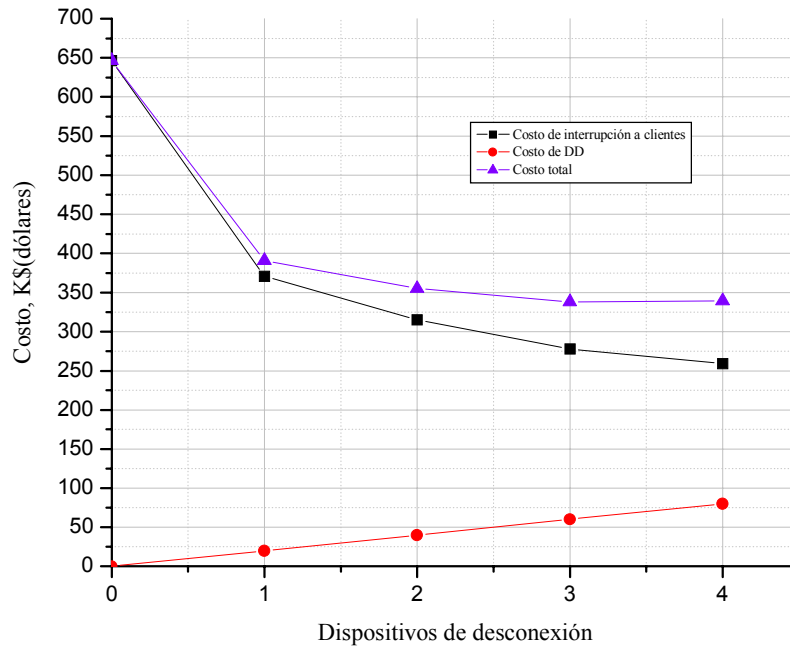


Figura 4.7. Costo del sistema 1 para el caso 2 usando el método de búsqueda por bisección

Los datos para este caso de prueba son los mismos que para el caso anterior, sólo que ahora se considera una fuente con suministro alternativo.

La curva de costo óptimo obtenida usando el algoritmo de búsqueda directa se muestra en la figura 4.6.

Para este caso el número óptimo de dispositivos de desconexión es 3, que deben instalarse en los puntos más débiles de la red ( $S_1, S_2, S_3$ ) para garantizar mayor confiabilidad en el sistema, el número de iteraciones necesarios para encontrar la solución óptima es 5.

La curva de costo óptimo obtenida usando el algoritmo de búsqueda por bisección se muestran en la figura 4.7. En esta figura se puede apreciar que 3 interruptores son el número óptimo para garantizar la confiabilidad del sistema tomando en cuenta el criterio costo – beneficio y que la red cuenta con suministro alternativo. El número de iteraciones necesarias para encontrar el óptimo con el método de búsqueda por bisección es 3.

Tabla 4.5. Localización de dispositivos de desconexión y costos del sistema para el caso 2.

DD	Costo de interrupción a usuarios, k\$	Costo de DD, k\$	Costo total, k\$	Localización de DD
0	646.207	0.0	646.207	No hay
1	370.990	20.0	390.990	$S_1$
2	315.136	40.0	355.136	$S_1, S_3$
3*	277.901	60.0	337.901	$S_1, S_2, S_3$
4	259.283	80.0	339.283	$S_1, S_2, S_3, S_4$

\* Número óptimo

En la tabla 4.5 se muestra el número óptimo de dispositivos de desconexión para el caso con suministro alternativo, así como la localización de los mismos ( $S_1, S_2, S_3$ ), ver figura 4.1, se observa que conforme se incrementa el número de dispositivos de desconexión decrece el costo por interrupción a los usuarios, pero a este costo se le suma el costo de los DD y resulta que para 4 interruptores el costo es mayor que para tres por lo que se opta por tomar el número tres, debido a que se analiza desde el punto de vista costo – beneficio.

### 4.3. SISTEMA DE ESTUDIO 2

#### 4.3.1 Caso de prueba No. 1: red de distribución radial sin suministro alternativo

Ahora se considera una red con 16 secciones de líneas de transmisión, 8 puntos de carga y 15 posibles localizaciones de dispositivos de desconexión ( $S_1 - S_{15}$ ), ver figura 4.8. Los datos de confiabilidad y los datos de carga que son usados para el cálculo, se dan en las tablas 4.6 y 4.7 respectivamente.

Tabla 4.6. Parámetros a los puntos de carga para el sistema de estudio 2

Puntos de carga	Capacidad en (kw)
1	1000.00
2	800.00
3	700.00
4	500.00
5	1000.00
6	800.00
7	700.00
8	500.00

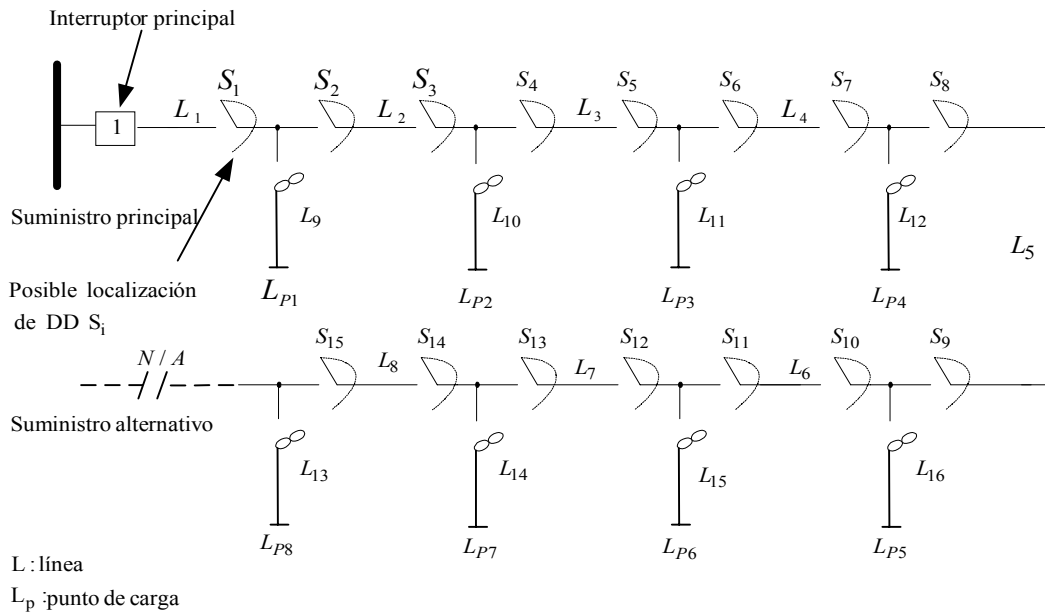


Figura 4.8. Red de distribución tipo radial para el sistema de estudio 2.

Tabla 4.7. Parámetros de confiabilidad para la red de la figura 4.8

Sección de línea	Tasa de falla ( $\lambda$ )	Tiempo de reparación (r) en horas.
1	0.2	4.0
2	0.1	4.0
3	0.3	4.0
4	0.2	4.0
5	0.2	4.0
6	0.1	4.0
7	0.3	4.0
8	0.2	4.0
9	0.2	2.0
10	0.6	2.0
11	0.4	2.0
12	0.2	2.0
13	0.2	2.0
14	0.6	2.0
15	0.4	2.0
16	0.2	2.0

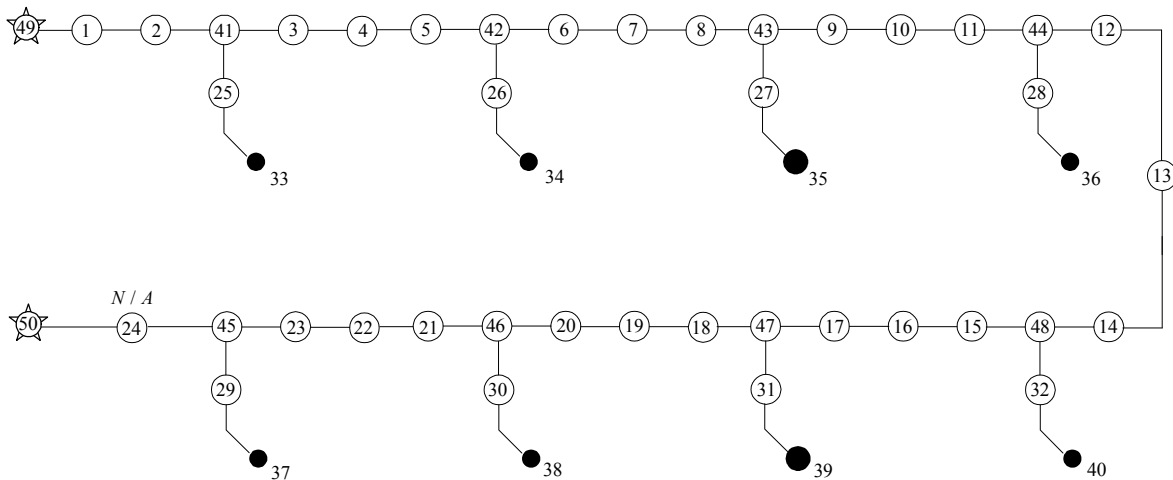


Figura 4.9 Grafo modelador de la red en estudio 2.

Los tiempos de apertura y cierre requeridos para aislar la falla son de 30 minutos, se determina que el tipo de usuarios conectados es 40% comercial y 60% residencial a cada punto de carga.

La tabla 3 muestra los datos para la curva compuesta de daño al consumidor para los diferentes sectores, que son mostrados gráficamente en la figura 4.3. El sistema de distribución radial mostrado en la figura 4.8 se analizó usando ambas técnicas. El costo de los dispositivos de desconexión es de \$4,834.28 dólares, y son colocados en postes y operados de forma manual, los costos de mantenimiento y los costos de operación son considerados en el costo de los dispositivos de desconexión.

En el grafo modelador de la figura 4.9 se observa que no se modela el tramo de línea del suministro alternativo; es porque se supone que está lo suficientemente cerca del nodo de carga 37 y por consecuencia se descarta una falla en esa línea [25].

Las curvas de costo óptimo obtenidas usando el algoritmo de búsqueda directa y búsqueda por bisección se muestran en las figuras 4.10 y 4.11, respectivamente. El costo total del sistema, correspondiente a la localización óptima de todas las combinaciones posibles de dispositivos de desconexión, está mostrado en la tabla. 4.8.

Tabla 4.8. Localización de dispositivos de desconexión y costos del sistema para el caso 1

DD	ICOST clientes, k\$	Costo de DD, k\$	Costo total, k\$	Localización de DD
0	997.031	0.0	997.031	No hay
1	798.293	4.834	803.127	$S_5$
2	711.346	9.668	721.014	$S_4, S_{12}$
3	674.082	14.502	688.584	$S_4, S_8, S_{12}$
4	661.662	19.336	680.998	$S_4, S_6, S_8, S_{12}$
5	649.241	24.17	673.411	$S_4, S_6, S_8, S_{12}, S_{14}$
6	643.031	29.004	672.035	$S_2, S_4, S_6, S_8, S_{12}, S_{14}$
7*	636.82	33.838	670.658	$S_2, S_4, S_6, S_8, S_{10}, S_{12}, S_{14}$
8	636.82	38.672	675.492	$S_1, S_2, S_4, S_6, S_8, S_{10}, S_{12}, S_{14}$
15	709.332	70.5	709.332	$S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{13}, S_{14}, S_{15}$

\* Número óptimo

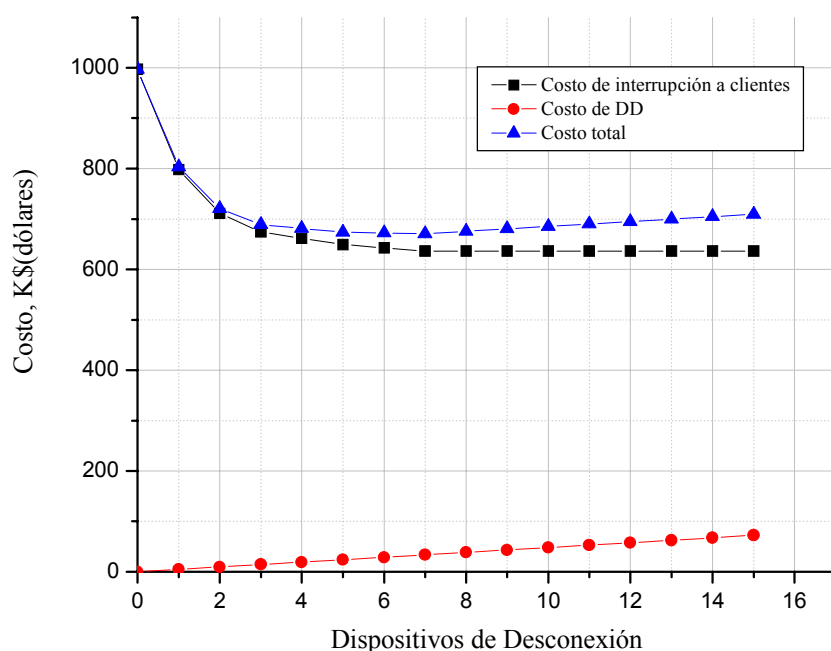


Figura. 4.10. Costo del sistema 2 para el caso 1 usando el método de búsqueda directa.

El proceso de optimización empieza con un alto índice de interrupción de energía eléctrica que decrece considerablemente conforme aumenta el número de dispositivos de desconexión, obsérvese la figura 4.10.

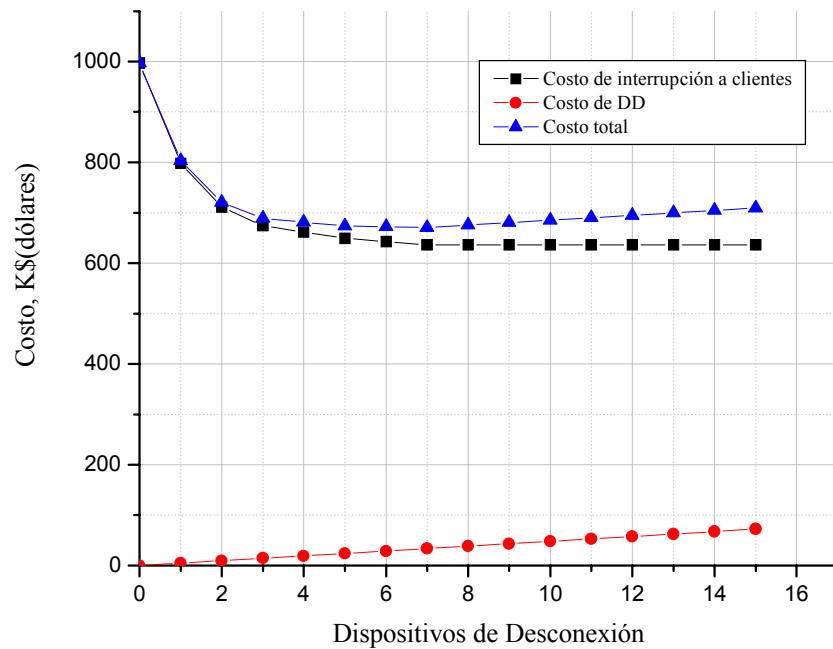


Figura. 4.11 Costo del sistema 2 para el caso 1 usando el método de búsqueda por bisección

Para este caso el número óptimo de dispositivos de desconexión es 7, donde deben instalarse en los puntos más débiles de la red ( $S_2, S_4, S_6, S_8, S_{10}, S_{12}, S_{14}$ ) garantizando una mayor confiabilidad en el sistema (ver tabla 4.8). Para encontrar el número óptimo de interruptores se requirió de 5 iteraciones usando la búsqueda por bisección y 16 iteraciones son requeridas para hacer el mismo análisis usando búsqueda directa.

#### 4.2.2 Caso de prueba No. 2: red de distribución radial con suministro alternativo

Se considera la red de distribución radial de la figura 4.8, para este caso de prueba se desea maximizar la confiabilidad en los nodos de carga del grafo modelador (ver figura 4.9).

El sistema se analiza usando el método de búsqueda directa y el método de búsqueda por bisección.



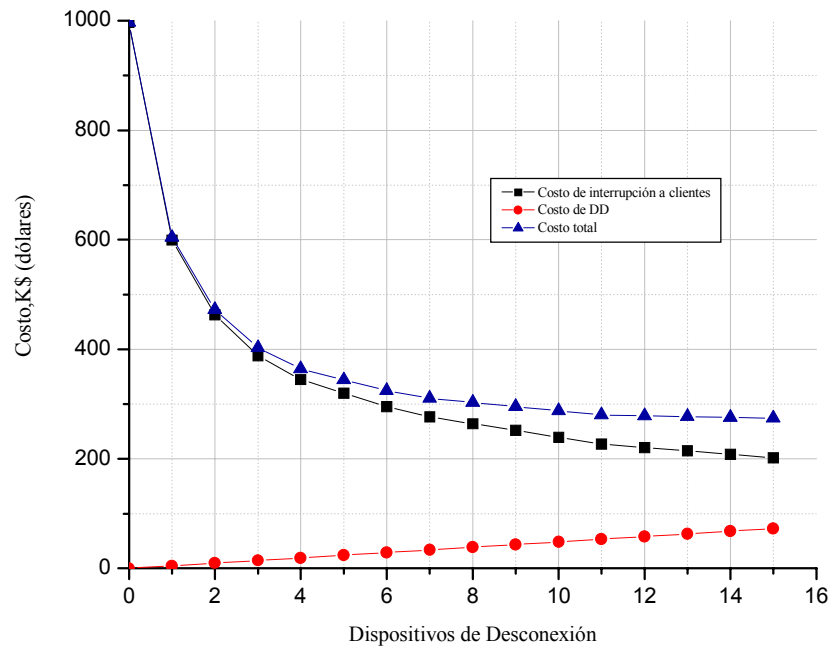


Figura 4.12 Costo del sistema 2 para el caso 2 usando método de búsqueda directa

Los datos para este caso de prueba son los mismos que para el caso anterior, sólo que ahora se considera una fuente con suministro alternativo. La curva de costo óptimo obtenida usando el algoritmo de búsqueda directa se muestra en la figura 4.12.

El número óptimo de interruptores en este caso es 15 que deben instalarse en los puntos de la red que estén más sujetos a fallas ( $S_1 - S_{15}$ ), también se puede observar en la figura 4.12 que el procedimiento de optimización empieza con 8 dispositivos de desconexión seguidos por 12 y 14 y termina con 15 dispositivos, el número de iteraciones necesarios para encontrar la solución óptima es 16.

La curva de costo obtenida usando el algoritmo de búsqueda por bisección, se muestran en la figura 4.13, en esta figura se puede apreciar que 15 interruptores es el número óptimo para garantizar la confiabilidad del sistema tomando en cuenta el criterio costo – beneficio y que la red cuenta con suministro alternativo. El número de iteraciones necesarias para encontrar el juego de interruptores óptimo y su correspondiente localización con el método de búsqueda por bisección es 5.

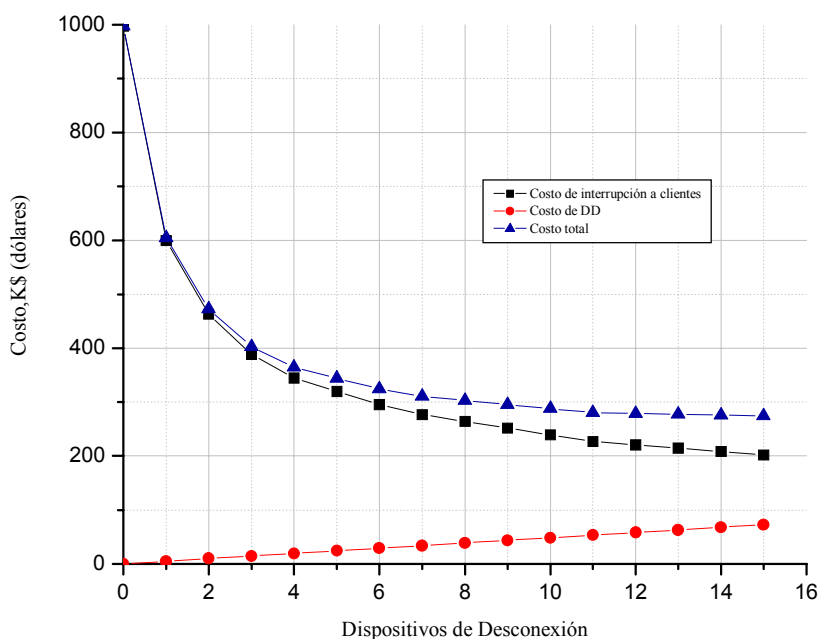


Figura 4.13. Costo del sistema 2 para el caso 2 usando el método de búsqueda por bisección

Tabla 4.9. Localización de dispositivos de desconexión y costos del sistema para el caso 2

DD	ICOST clientes, k\$	Costo de DD, k\$	Costo total, k\$	Localización de DD
0	997.031	0	997.031	No hay
1	599.555	4.834	604.389	$S_7$
2	462.923	9.668	472.591	$S_5, S_{10}$
3	388.396	14.502	402.898	$S_4, S_7, S_{12}$
4	344.922	19.336	364.258	$S_4, S_7, S_{10}, S_{13}$
5	320.08	24.17	344.25	$S_1, S_4, S_7, S_{10}, S_{13}$
6	295.238	29.004	324.242	$S_1, S_4, S_6, S_9, S_{12}, S_{13}$
7	276.607	33.838	310.445	$S_1, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{12}, S_{13}$
8	264.186	38.672	302.858	$S_1, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{12}, S_{13}, S_{14}$
9	251.765	43.506	295.271	$S_1, S_4, S_5, S_6, S_9, S_{12}, S_{13}, S_{14}, S_{15}$
10	239.344	48.34	287.684	$S_1, S_4, S_5, S_6, S_7, S_9, S_{12}, S_{13}, S_{14}, S_{15}$
11	226.923	53.174	280.097	$S_1, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{12}, S_{13}, S_{14}, S_{15}$
12	220.713	58.008	278.721	$S_1, S_2, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{12}, S_{13}, S_{14}, S_{15}$
13	214.503	62.842	277.345	$S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{12}, S_{13}, S_{14}, S_{15}$
14	208.292	67.676	275.968	$S_1, S_2, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{13}, S_{14}, S_{15}$
15*	202.082	72.51	274.592	$S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{13}, S_{14}, S_{15}$

\* Número óptimo

---

---

En la tabla 4.9 se muestra el número óptimo de dispositivos de desconexión para el caso con suministro alternativo, así como la localización de los mismos ( $S_1 - S_{15}$ ) ver figura 4.8, se observa que conforme se incrementa el número de dispositivos de desconexión decrece el costo por interrupción a los usuarios.

En el capítulo 5 se mencionan las conclusiones que se derivan de este trabajo, así como las recomendaciones para el uso del mismo, que serán de importancia para quienes estén interesados en el uso de las herramientas computacionales que se desarrollaron para la solución de esta tesis. También se hace mención de los trabajos futuros que le darán robustez y soporte a las metodologías que se han desarrollado.



---

---

# CAPÍTULO 5

## CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES Y TRABAJOS FUTUROS

### 5.1 INTRODUCCIÓN

En esta tesis se presentan dos metodologías que optimizan la selección y localización de dispositivos de desconexión con la finalidad de reducir el tiempo de interrupción a los usuarios y tener índices de confiabilidad más aceptables. Este trabajo formula el problema de selección óptima de dispositivos de desconexión del punto de vista costo – beneficio y está basado en la evaluación y comparación de costos de confiabilidad del sistema, donde los costos de mantenimiento y operación se incluyen dentro de la inversión de dispositivos de desconexión.

### 5.2 CONCLUSIONES

- La instalación de los dispositivos de desconexión representan un costo de inversión, en consecuencia se debe encontrar un punto en el cual se equilibre la inversión realizada por la empresa y el beneficio obtenido por los clientes.
- De las simulaciones realizadas a las diferentes redes de distribución se llegó a la conclusión que conforme aumenta el número de dispositivos de desconexión los costos ocasionados por interrupción de energía decrecen significativamente, por lo que, es de importancia encontrar el número óptimo de dispositivos de desconexión.

- La selección y localización óptima de dispositivos de desconexión en los sistemas de distribución nos permiten planear la red de tal forma que los diferentes tipos de usuarios conectados alcanzan de manera sustancial la confiabilidad deseada.
- El método de búsqueda directa es eficiente para redes pequeñas debido a que es una búsqueda secuencial progresiva y se puede detectar con facilidad el óptimo global, sin embargo, para redes grandes el problema se vuelve gigantesco pues requiere mayor tiempo de computo, por lo que podría parecer tedioso, es por ello que se recomienda usar el método de búsqueda por bisección con el que se tiene un considerable ahorro de tiempo para el cálculo.
- Del análisis de confiabilidad para una red radial sin suministro alternativo se observa que los clientes que se encuentran conectados al punto más lejano del suministro presentan la mayoría de interrupciones de energía y por consiguiente la mayor inconfiabilidad, por lo que se propone instalar dispositivos de desconexión que permitan aislar las fallas y suministro alternativo para mejorar los índices de confiabilidad.

### 5.3 RECOMENDACIONES

- Cuando se modela la red de distribución mediante el grafo planar se debe de enumerar los nodos que modelan las líneas de distribución en forma creciente, de tal manera que los últimos números correspondan a los nodos ficticios.
- Si en la red de distribución se desean modelar más de 60 dispositivos de desconexión se sugiere seccionar la red en dos o más partes, ya que para tal cantidad de dispositivos de desconexión hay  $2^{60}$  combinaciones posibles, por lo que es una tarea gigantesca para el programa y llega a saturarse dependiendo de las características de la PC, recuerde que el programa calcula el costo para cada combinación y luego compara y determina la más económica para cada uno de los dispositivos de desconexión.

- 
- 
- Cuando se analizan redes con más de 6 dispositivos de desconexión, se recomienda usar la técnica de búsqueda por bisección ya que comparada con la técnica de búsqueda directa reduce el tiempo de computo significativamente.
  - Es importante que estos algoritmos se apliquen a problemas reales, donde se cuente con datos estadísticos y costos reales.

#### 5.4 TRABAJOS FUTUROS

- Considerar restricciones de voltaje en los nodos de carga y corriente en las líneas de las redes de distribución radial.
- Contemplar las pérdidas resistivas en los diferentes componentes de la red de distribución radial, puesto que la energía no facturada representa un gasto significativo para las empresas suministradoras.
- Evaluar económicamente la inversión que cuantifique la rentabilidad del sistema al agregar dispositivos de desconexión en redes de distribución radiales.
- Comparar las técnicas convencionales desarrolladas en este trabajo con técnicas evolucionarias; es decir, desarrollar un algoritmo genético que sea más eficiente para la solución del problema.





---

---

## REFERENCIAS

- [1] Hillier S. F. and Lieberman J. G., *Introduction to Operations Research*, McGraw-Hill 1991.
- [2] Wacker, G., and Billinton, R., *Customer Cost of Electric Service Interruptions*, IEEE, Vol. 77, No. 6, June 1989.
- [3] Billinton, R., and Jonnavithula, S., *Optimal Switching Device Placement in Radial Distribution Systems*, IEEE Trans. Power Delivery, vol. 11, no. 3, July 1996, pp. 1646-1651.
- [4] Gaver, D. P., Montmeat, F. E., Patton, A.D., *Power System Reliability Calculation Measures of Reliability and Methods of Calculations*, IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-83, 1964, pag. 727-737.
- [5] Todd, Z. G., *A Probability Method for Transmission and Distribution Outage Calculations*, IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-83, 1964, pag. 695-701.
- [6] Billinton, R., Bollinger, K., *Transmission Systems Reliability Evaluation Using Markov Processes*, IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-87, 1968, pag. 538-547.
- [7] Grover, M. S., Billinton, R., *A Computerised Approach to Substation and Switching Station Reliability Evaluation*, IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-93, 1974, pag. 1488-1497.
- [8] Billinton, R., Grover, M. S., *Reliability assessment of Transmission and Distribution Systems*, IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-94, 1975, Pag. 724-732.
- [9] Billinton, R., Grover, M. S., *Qualitative Evaluation of Permanent Outages in Distribution Systems*, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-94, 1975, pag. 733-741.
- [10] Billinton, R., Grover, M. S., *Reliability Evaluation in Distribution and Transmission Systems*, Proceedings of the IEE, Vol. 122, No. 5, May 1975, pag. 517-523.
- [11] Allan, R. N., Billinton, R., De Oliveira, M. F., *Reliability Evaluation of Electrical Systems with Switching Actions*, Proceedings of the IEE, Vol. 123, No. 5, April 1976, pag. 325-330.

- 
- 
- [12] Silva, D., L., Cassula, A. M., Billinton, R. and Manso, L. A. F., *Integrated Reliability Evaluation of Generation, Transmission and Distribution Systems*, IEEE, Vol. 149. No.1, January 2002, pp.1-6.
- [13] Gómez-Hernández, J. A., *Optimización de la Confiabilidad en la Transmisión en Sistemas Eléctricos de Potencia Utilizando Algoritmos Genéticos*, Tesis de maestría, Instituto Politécnico Nacional, 1997.
- [14] Gómez-Hernández, J. A., *Optimización de la Confiabilidad en Sistemas Eléctricos de Potencia Compuestos Utilizando Algoritmos Evolucionarios*, Tesis de doctorado, Instituto Politécnico Nacional, Noviembre del 2001.
- [15] Becerra-Chávez, J. Dolores, *Planeación de Sistemas de Distribución de Energía Eléctrica con Consideraciones de Calidad de la Energía a los Usuarios*, Tesis de maestría, Instituto Politécnico Nacional, Marzo del 2002.
- [16] Torres-Ruiz, Cesar R., *Metodología para la Evaluación del Costo Esperado por Fallas en Redes de Transmisión*, Tesis de maestría, Instituto Politécnico Nacional, Abril del 2002.
- [17] Aoki, K., Nara, Satoh, M. T., Yamanaka, K. K., *New Approximate Optimization Method for Distribution System Planning*, IEEE, Vol. 5, No. 1, February 1990.
- [18] Comisión Federal de Electricidad, Subdirección de Distribución, *Guía para la Planeación de Sistemas Eléctricos de Distribución*, México, Enero de 2001.
- [19] Comisión Federal de Electricidad, *Normas para la Construcción de Instalaciones Aéreas y Subterráneas para Distribución de Energía Eléctrica en Media y Baja Tensión 2000*, México, 2000
- [20] Billinton, R., and Allan, R. N., *Reliability Evaluation of Engineering Systems: Concepts and Techniques*, Pitman Advanced Publishing Program, 1983.
- [21] Billinton R., and Allan, N. R., *Reliability Evaluation of Power Systems*, Second Edition, University of Saskatchewan, Canada, Plenum Press, 1994.
- [22] Ou, Y. and Goel, L., *Using Monte Carlo Simulation for Overall Distribution System Reliability Worth Assessment*, IEEE, Proc. Gener. Trans. Distrib., Vol.146, No. 5, September 1999, pp. 535-540.
- [23] Billinton, R., and Li, M., *Reliability Assessment of Electric Power Systems Using Monte Carlo Methods*, University of Saskatchewan, Canada, Plenum Press, 1994.

- 
- 
- [24] Billinton, R., Wang P., *Distribution System Reliability Cost/Worth Analysis Using Analytical and Sequential Simulation Techniques*, IEEE Trans. Power Systems, vol. 13, no. 4, November 1998, pp. 1245-1250
- [25] Gómez-Hernández, J. A., Romero-Romero, D., Mota-Palomino, R. O., *Índices Básicos de Confiabilidad en Sistemas de Distribución Radiales*, Publicación de artículo en RVP de la IEEE en Acapulco, Julio 1999.
- [26] Brown, E. R. and Dekker, E. M., *Electric Power Distribution Reliability*, Marcel Dekker, Inc., New York, 2002.
- [27] Dixon, G. F., Hammersley, H., *Reliability and its Cost on Distribution Systems*. International Conference on Reliability of Power Supply Systems (1997), IEE Conference Publication No. 148.
- [28] Electricity Council, *Reliability Engineering and Cost-Benefit Techniques for Use in Power Planning and Design*, Electricity Council Research Memorandum, ECR/M966 (October 1976).
- [29] Canadian Electric Association, *Distribution System Reliability Engineering Guide*, Distribution System Reliability Engineering Committee. 1976.
- [30] IEEE Committee Report, *Bibliography on the Application of Probability Methods in Power System Reliability Evaluation*, IEEE Trans. on Power Apparatus and System, PAS-91, pp. 649-660, 1972.
- [31] IEEE Committee Report, *Bibliography on the Application of Probability Methods in Power System Reliability Evaluation 1971-1977*, IEEE Trans. on Power Apparatus and System, PAS-97, 1978., pp. 2235-2242.
- [32] Montmeat, F. E., Patton, A. D., Zemkoski, J., Cumming, D. J., *Power Systems Reliability: II – Applications and a computer program*, IEEE, Trans. on Power Apparatus and Systems, PAS-84, pp. 636-643, 1965.
- [33] Northcote – Green, J. E. D., Vismor, T. D., Brooks, C. L., Billinton, R., *Integrated Distribution System Reliability Evaluation: Part I – Current Practices*, CEA Engineering and Operating Division Meeting (March 1980).
- [34] Radio – Electronics – Television Manufactures Association 1955.
- [35] Aoki, K., Nara, Satoh, M. T., Yamanaka, K. K., *New Approximate Optimization Method for Distribution System Planning*, IEEE, Vol. 5, No. 1, February 1990

- 
- 
- [36] Jasmon, G. B. and Kai, O. S., *A New Technique in Minimal Path and Cutset Evaluation*, IEEE Trans. On Reliability, vol. R-34, no. 2, June 1985, pp. 136-143.
- [37] Gómez-Hernández, J. A., *Análisis de Confiabilidad de Subestaciones Eléctricas en Alta Tensión*, Tesis de licenciatura, Instituto de Investigaciones Eléctricas (IIE), 1994.
- [38] Tillman, L. M., *Optimization Techniques for System Reliability with Redundancy - A Review*. IEEE Tran. on Reliability, vol. R-26, no. 3, August 1977. pp. 148-155.
- [39] Nemhauser, G. L. and Wolser, L. A., *Integer Programming and Combinatorial Optimization*, Wiley, 1988.
- [40] Witenberg, P. J., *Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones: Vol.1 Modelos Determinísticos*, Edit. LIMUSA, 1989.
- [41] Fogel, D. B., *Evolutionary Computation: A New Transactions*. IEEE Trans. On Evolutionary Computation, vol. no. 1, April 1997, pp. 1,2.
- [42] Himmelblau, M. D., *Applied Nonlinear Programming*, N. Y.: McGraw-Hill, 1972.
- [43] Goldberg, E. D., *Genetic Algorithms I search optimization & Machine learning*, Addison Wesley.
- [44] Taha, H. A. *Operations Research*, University of Arkansas, Fayetteville, Second Edition, Copyright 1987, Macmillan, Inc.

---

---

# APÉNDICE A

## CONFIABILIDAD DE SISTEMAS

### A.1 INTRODUCCIÓN

Al evaluar la confiabilidad de un sistema se persigue, de cierta forma, predecir el comportamiento de un sistema y, en muchos casos, modificar el sistema actual de forma tal que por medio de esta modificación se alcance el valor de confiabilidad deseado. En la práctica un sistema es representado frecuentemente como una red de componentes conectados en serie, paralelo o una mezcla de éstos [20].

Se dice que un conjunto de componentes está en serie desde el punto de vista de confiabilidad, si todos ellos operan con éxito para que el sistema funcione bien o simplemente con que uno de los componentes falle el sistema falla.

En cambio un sistema está en paralelo desde el punto de vista de confiabilidad si solamente un componente necesita operar con éxito para que el sistema funcione.

Un sistema en serie representa un sistema no redundante, mientras que un sistema en paralelo constituye un sistema completamente redundante.

---

---

## A.2 MÉTODOS PARA EVALUAR LA CONFIABILIDAD

La idea intuitiva sobre la confiabilidad de un equipo o sistema, de cualquier naturaleza, se relaciona con su habilidad o capacidad de realizar una tarea específica.

"Confiabilidad se define como la probabilidad de que un componente, subsistema o sistema desempeñe adecuadamente sus funciones durante el período de tiempo previsto y bajo las condiciones de operación en que se encuentre" [34].

Esta definición incluye cuatro conceptos importantes:

*Probabilidad.*- Las características aleatorias asociadas al sistema hacen que el análisis no pueda ser determinístico, requiriéndose aplicar conceptos de probabilidad y estadística para llegar a una mejor evaluación del funcionamiento del sistema.

*Funcionamiento adecuado.*- Esto involucra que el sistema tenga continuidad en el servicio, regulación de voltaje y control de la frecuencia aceptables.

*Periodo de tiempo previsto.*- Es el intervalo durante el cual el componente del sistema o subsistema debe estar operando continua o esporádicamente según sea la función específica que tenga asignada. Un ejemplo de operación esporádica son los elementos que trabajan sólo en horas pico de la demanda, como en el caso de un banco de capacitores.

*Condiciones de operación.*- Éstas pueden ser constantes o variables, según el lugar donde se localice el sistema. Por ejemplo las condiciones climatológicas determinan el incremento o decremento del número de fallas en los componentes.

Los métodos para evaluar la confiabilidad son los siguientes:

- *métodos de simulación estocástica*
- *métodos analíticos*

---

---

De los métodos de simulación estocástica el más conocido es Monte Carlo y entre los métodos analíticos, se tienen los procesos continuos de Markov de redes y sus aproximaciones [21].

El método de Monte Carlo consiste en la simulación de una gran cantidad de situaciones, generadas en forma aleatoria, donde los valores de los índices de confiabilidad corresponden a los momentos de las distribuciones de probabilidad.

Una red eléctrica se considera como un sistema reparable, es decir, que al fallar un elemento éste es remplazado o reparado, dependiendo de la naturaleza del elemento en cuestión. Así entonces, el sistema es continuo en el tiempo con estados discretos finitos, ajustándose muy bien a una representación por medio de procesos continuos de Markov.

### **A.3 TÉCNICAS DE EVALUACIÓN**

Por muchos años se han desarrollado técnicas y criterios para resolver el conflicto entre la planeación y la operación, resolviendo el dilema entre lo económico y lo confiable. Las técnicas y criterios usados están basados en aplicaciones determinísticas. La principal debilidad de los criterios determinísticos es que no reflejan la naturaleza estocástica o probabilística del comportamiento del sistema con respecto a la demanda y fallas de los componentes. Como ya se mencionó anteriormente, las técnicas de evaluación de confiabilidad pueden clasificarse en analíticas o simulación Monte Carlo. Las técnicas analíticas representan al sistema por un modelo matemático y los índices de confiabilidad se evalúan usando soluciones matemáticas. Los métodos de simulación estiman los índices de confiabilidad por simulaciones de procesos reales y comportamiento aleatorio del sistema. El método de simulación Monte Carlo trata el problema como una serie de experimentos reales; la desventaja del método es que requiere una gran cantidad de tiempo de cómputo. Aunque a la fecha existen computadoras poderosas, esto pasa a un segundo plano dependiendo sobre todo del tamaño del sistema a analizar. Sin embargo, en teoría, cualquier efecto o proceso del sistema puede aproximarse por un método analítico.

---

---

Las técnicas de Markov de frecuencia y duración aproximada han sido desarrolladas para la evaluación de métodos firmes y modelos precisos en un rango de aplicación de confiabilidad, para sistemas grandes y complejos, tales como redes de distribución.

Las ecuaciones aproximadas pueden ser usadas en conjunto con técnicas de cortes mínimos que dan rapidez y resultados suficientemente exactos para un rango de datos de sistemas de distribución prácticos.

La evaluación de confiabilidad de un sistema eléctrico de potencia completo incluye las instalaciones de generación, transmisión y distribución, sin embargo los estudios de confiabilidad son normalmente realizados considerando que los puntos de suministro de los sistemas de generación y transmisión tienen capacidades ilimitadas y 100% de confiabilidad [24].

Una nueva metodología se propone para evaluar el impacto de fallas en los sistemas de distribución, esto es logrado usando simulación Monte Carlo no secuencial, basada en la estrategia de reducir carga en los niveles de distribución [25,35], se crea una red ficticia cuyos componentes simulan las interrupciones en el sistema de distribución. Ambas redes ficticias y de distribución son analizadas usando los conceptos de conjuntos de cortes mínimos. Los índices básicos para el sistema y puntos de carga son analizados, así como los costos por energía no suministrada, el propósito de la metodología es proporcionar una visión económica en términos de responsabilidades del costo de la demanda del cliente.

#### **A.4 CONFIABILIDAD EN SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN**

Un sistema de distribución es frecuentemente representado como una red donde los componentes del sistema son conectados en serie, paralelo, o una combinación entre ellos. Este tipo de configuraciones emplean técnicas analíticas para evaluar los índices de confiabilidad. Si la continuidad del suministro es la mayor preocupación, el método basado en la teoría de conjunto de cortes mínimos es el más conveniente, dado que los conjuntos de cortes están debidamente relacionados con los modos de falla del sistema.



Es fundamental para el desarrollo de las empresas eléctricas en los niveles de distribución definir los índices de desempeño para redes radiales que evalúen sus funciones básicas de proporcionar un suministro confiable de energía a un costo bajo para todos los sectores de la sociedad. Estos procedimientos son conocidos por los anteriores estudios de evaluaciones de confiabilidad y son ampliamente usados por las empresas eléctricas, la representación futura o evaluación de confiabilidad predictiva es otro procedimiento que puede ser usado para determinar la robustez del sistema o alternativas de expansión, para medir el desempeño pasado o futuro del suministro adecuado al punto de carga del consumidor, los índices usados son: tasa de falla  $\lambda$ , duración de falla  $r$ , inconfiabilidad  $U$ , energía no suministrada ENS, y para los índices del sistema SAIFI, SAIDI Y CAIDI [12].

Para esto es necesario hacer uso de metodologías ya establecidas como son las siguientes [4,11,20]:

- Método de la probabilidad condicional
- Método de cortes mínimos
- Método de conexiones mínimas
- Método de la matriz de conexión
- Árbol de eventos

#### **A.4.1 Método de la probabilidad condicional**

Consiste en reducir, de forma secuencial, el sistema en subsistemas que tengan estructuras conectadas en serie-paralelo y recombinar estos subsistemas usando el método de la probabilidad condicional.

El método de la probabilidad condicional es una herramienta útil para la evaluación de la confiabilidad y es utilizada en diversas aplicaciones. Sin embargo, éste puede presentar dificultades al programarse en una computadora digital para la solución de redes generales debido a la inherente dificultad de generalizar la descomposición de la red en estudio.

---

---

### A.4.2 Método de cortes mínimos

Es una poderosa herramienta para evaluar la confiabilidad de un sistema por dos razones principales:

1. Este puede ser fácilmente programado en una computadora digital proporcionando una solución eficiente y rápida de cualquier red.
2. Los cortes están directamente relacionados con los modos de falla del sistema y por tanto se identifican las distintas formas en las que el sistema puede fallar.

Los cortes son un conjunto de componentes que cuando fallan provocan la falla del sistema. El método más conveniente, para redes complejas y de dimensiones grandes, es el método de Cortes Mínimos.

Existen varios algoritmos para la obtención de cortes mínimos, entre los que se mencionarán el método de árboles de falla, de caminos y el de grafos [36,37].

El método de árboles de falla es muy eficiente para encontrar causas de fallas en sistemas pequeños, como una rama de una red radial y para hacer análisis detallados, como detección de fallas; pero es ineficiente en la parte de preparación de datos, pues es necesario construir el árbol de fallas del sistema, el que involucra todas las fallas de las componentes y sus modos de falla que para sistemas no muy grandes (50 nodos), se vuelve una tarea gigantesca.

En lo que se refiere al algoritmo de caminos aunque tiene ventajas, como ser eficiente computacionalmente, es fácil de programar y obtiene cortes de cualquier grado, su desventaja viene a ser otra vez la dimensión del problema; ya que obtiene primero los caminos entre cada nodo de carga y cada nodo fuente y después determina los cortes mínimos. Esto hace que el tiempo de cómputo y la memoria requeridos sean grandes. Otra desventaja es que el sistema analizado no posea cortes de grado menor o igual a tres, detectándose al final del análisis en este método, como consecuencia todo el trabajo que se hizo sea innecesario.

El método de grafos se puede aplicar a redes complejas y de dimensiones grandes. Es importante indicar que el algoritmo utilizado para este trabajo obtiene cortes sólo de hasta grado 3, es decir, tres fallas simultáneas independientes. La razón por la que no se analizan cortes de grado mayor, es que la probabilidad de que aparezca una contingencia de más alto grado es despreciable.

#### **A.4.3 Método de conexiones mínimas**

Una conexión es una trayectoria mínima del sistema y es, por tanto, un grupo de componentes del sistema conectados en serie. Consecuentemente, las conexiones fallan si cualquiera de sus componentes falla y su probabilidad puede ser evaluada usando el principio de los sistemas serie.

Una de las principales desventajas del método de conexiones es que la probabilidad de ocurrencia no puede ser aproximada a un grupo de sumas como ocurre con la inconfiabilidad del sistema.

El método de conexiones tiene un importante papel en algunas situaciones. Generalmente esto ocurre en aquellos sistemas que involucran operaciones lógicas y switcheo.

#### **A.4.4 Método de la matriz de conexión**

Partiendo de la red del sistema o de su diagrama lógico se construye la matriz de conexión, observando los componentes que están conectados entre cada par de nodos. La esencia de este método de solución es transformar la matriz de conexión en una que defina la transmisión de flujo entre la entrada y la salida.

---

---

### A.4.5 Árbol de eventos

Es una representación gráfica de todos los eventos que pueden ocurrir en un sistema. El método puede ser utilizado para sistemas de operación continua, de respaldo o standbay de operación lógica secuencial. En el caso de sistemas de respaldo y en particular en los sistemas de misión orientada y de seguridad, el árbol de eventos es utilizado para identificar los posibles estados del sistema, como resultado de un evento inicial dado, el cual generalmente es una condición no satisfactoria.

## A.5 EVALUACIÓN DE LA CONFIABILIDAD DE SISTEMAS SIMPLES

Es muy importante modelar correctamente al sistema para ello hay que entender a fondo su comportamiento y esto último deberá ser tomado en cuenta antes de evaluar la confiabilidad del sistema por medio de cualquier técnica [20].

Otra consideración que debe ser tomada en cuenta es que la estructura topológica del sistema actual y la red de confiabilidad empleada para modelar al sistema no serán necesariamente las mismas.

**Sistema serie.-** Los componentes de un sistema serie desde el punto de vista de confiabilidad son aquellos donde todos deben trabajar para el éxito del sistema y solamente uno necesita fallar para que el sistema falle.

**Sistema paralelo.-** Los componentes de un sistema paralelo desde el punto de vista de confiabilidad son aquellos donde solamente uno debe trabajar para el éxito del sistema o todos deben fallar para que el sistema falle.

Se puede decir que un sistema serie representa un sistema no redundante, y un sistema paralelo representa un sistema altamente redundante.

Se presentan las técnicas analíticas para evaluar la confiabilidad de redes serie y paralelo. Una red de confiabilidad a menudo es representada como diagrama de bloques.

---

---

### A.5.1 Sistema serie

Considérese un sistema en serie que consiste de dos componentes independientes  $A$  y  $B$  conectados en serie, desde un punto de vista de confiabilidad como se muestra en la figura A.1. Este arreglo implica que ambos componentes deberán trabajar para asegurar que el sistema funcione.

Sean  $R_A, R_B$  las probabilidades de éxito en la operación de los componentes  $A$  y  $B$  respectivamente y  $Q_A, Q_B$  la probabilidad de falla (inconfiabilidad) de los componentes  $A$  y  $B$  respectivamente.

Debido a que la operación y falla son mutuamente exclusivas y complementarias

$$R_A + Q_A = 1 \quad y \quad R_B + Q_B = 1 \quad (\text{A.1})$$

El requerimiento básico para que el sistema funcione es que los componentes  $A$  y  $B$  deberán de estar trabajando. De la probabilidad condicional se tiene:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (\text{A.2})$$

Si los eventos  $A$  y  $B$  son independientes

$$P(A/B) = P(A) \quad (\text{A.3})$$

Por lo tanto

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \quad (\text{A.4})$$

Lo cual implica que la confiabilidad de un sistema formado por los componentes  $A$  y  $B$  es igual al producto de sus confiabilidades, es decir:

$$R_S = R_A \cdot R_B \quad (\text{A.5})$$

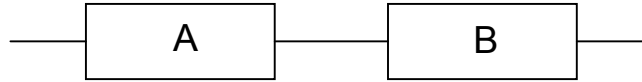


Figura A.1 Sistema con dos componentes en serie

La ecuación anterior puede ser generalizada de forma tal que:

$$R_S = \prod_{i=1}^n R_i \quad (\text{A.6})$$

En algunas aplicaciones puede ser ventajoso evaluar la confiabilidad o probabilidad de que el sistema falle, por lo que la inconfiabilidad de un sistema en serie está dada por:

$$Q_S = 1 - R_A R_B = 1 - (1 - Q_A)(1 - Q_B) = Q_A + Q_B - Q_A \cdot Q_B \quad (\text{A.7})$$

Para  $n$  componentes:

$$Q_S = 1 - \prod_{i=1}^n R_i \quad (\text{A.8})$$

La confiabilidad decrece al incrementar el número de componentes en serie y ésta crece al reducir el número de estos componentes.

### A.5.2 Sistema paralelo

Considérese un sistema de dos componentes independientes  $A$  y  $B$ , conectadas en paralelo como se observa en la figura A.2.

En este caso el sistema requiere solamente que un componente esté trabajando para que el sistema se considere que trabaja exitosamente. Para este caso la probabilidad de éxito se evalúa del complemento de la inconfiabilidad del sistema.

$$R_P = 1 - Q_A \cdot Q_B = R_A + R_B - R_A \cdot R_B \quad (\text{A.9})$$

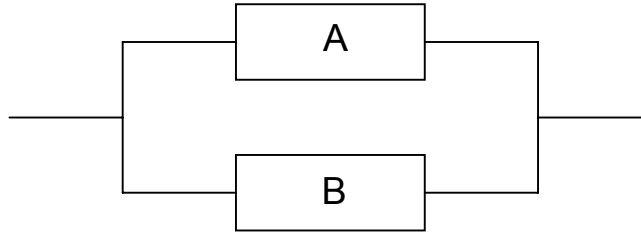


Figura A.2 Sistema con dos componentes conectados en paralelo

Para  $n$  componentes del sistema se tiene que:

$$R_p = 1 - \prod_{i=1}^n R_i \quad (\text{A.10})$$

También se puede definir la inconfiabilidad  $Q_p$  del sistema como:

$$Q_p = Q_A \cdot Q_B \quad (\text{A.11})$$

En forma generalizada será:

$$Q_p = \prod_{i=1}^n R_i \quad (\text{A.12})$$

La confiabilidad del sistema crece al incrementar el número de componentes en paralelo y esto implica que se incremente el costo inicial, el peso y el volumen del sistema; por lo tanto aumenta el mantenimiento, debiéndose analizar todo esto cuidadosamente.

## A.6 SISTEMA SERIE-PARALELO

En este caso se trata de obtener la confiabilidad o inconfiabilidad a partir de la reducción de subsistemas en serie y paralelo, por ejemplo considérese el sistema de la figura A.3.

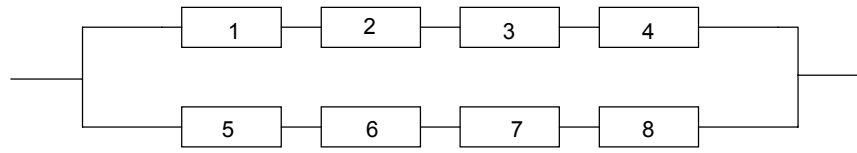


Figura A.3 Sistema serie-paralelo

Entonces se puede reducir este sistema a dos componentes equivalentes 9 y 10, como se puede apreciar en la figura A.4.

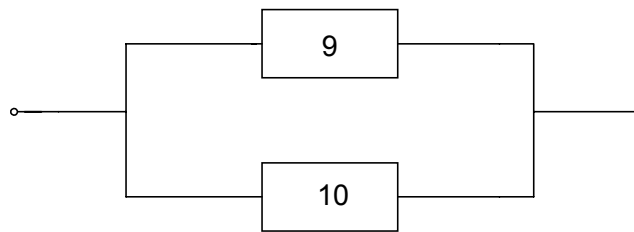


Figura A.4 Sistema equivalente

A su vez los componentes 9 y 10 pueden ser reducidos al componente 11 a través de una evaluación de la confiabilidad o inconfiabilidad de los componentes en paralelo (figura A.5).

Si  $R_1, R_2, \dots, R_8$ , son las confiabilidades de los componentes 1, 2, ..., 8 respectivamente, entonces:

$$R_9 = R_1 R_2 R_3 R_4$$

$$R_{10} = R_5 R_6 R_7 R_8, \text{ por lo que}$$

$$R_{11} = 1 - (1 - R_9)(1 - R_{10}) = R_9 + R_{10} - R_9 R_{10}$$

$$R_{11} = R_1 R_2 R_3 R_4 + R_5 R_6 R_7 R_8 - R_1 R_2 R_3 R_4 R_5 R_6 R_7 R_8$$

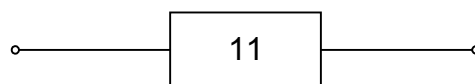


Figura A.5 Reducción del sistema equivalente



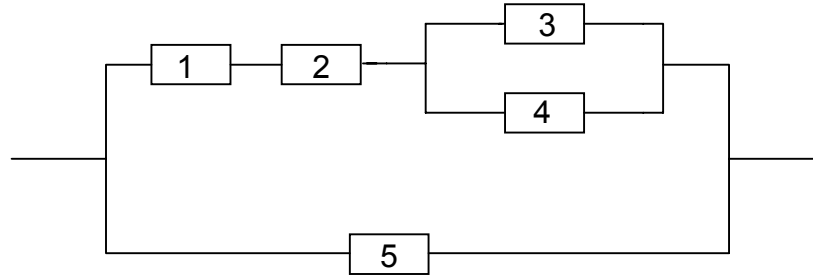


Figura A.6 Modelo de confiabilidad del sistema

## Ejemplo A.1

Derívese la expresión de la indisponibilidad del sistema cuyo modelo de confiabilidad es el mostrado en la figura A.6. Además calcúlese la confiabilidad e inconfiabilidad del sistema si los componentes poseen los siguientes valores de confiabilidad:

$$a) \quad R_1 = R_2 = R_3 = 0.8$$

$$R_4 = R_5 = 0.8$$

$$b) \quad R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 0.8$$

Solución:

Se reduce el sistema de la figura A.6 al sistema de la figura A.7.

Donde el componente 6 representa el paralelo de los componentes 3 y 4. A su vez los componentes 1, 2 y 6 están en serie, por lo que el componente 7 representa el equivalente en serie, quedando el sistema como se muestra en la figura A.8:

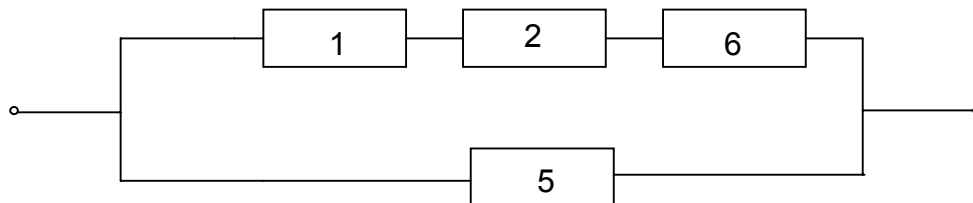


Figura A.7 Reducción del sistema de la figura A.6

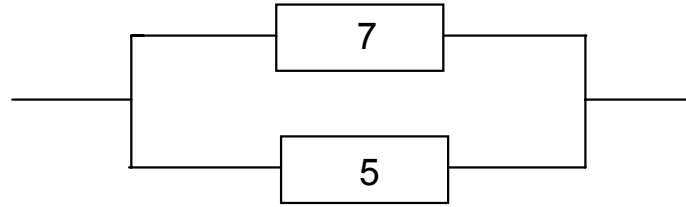


Figura A.8 Sistema equivalente de la figura A.7



Figura A.9 Reducción del sistema equivalente de la figura A.8

Finalmente el sistema se reduce al componente 8 que representa el equivalente del paralelo del componente 7 y 5, como se aprecia en la figura A.9.

Si  $R_1, \dots, R_5$  y  $Q_1, \dots, Q_5$  son las confiabilidades e inconfiabilidades de los componentes 1, ..., 5 respectivamente, entonces la inconfiabilidad del sistema será:

$$Q_6 = Q_3 Q_4$$

$$Q_7 = 1 - (1 - Q_1)(1 - Q_2)(1 - Q_6)$$

$$Q_7 = Q_1 + Q_2 + Q_6 - Q_1 Q_2 - Q_2 Q_6 - Q_6 Q_1 + Q_1 Q_2 Q_6$$

$$Q_8 = Q_5 Q_7$$

$$Q_8 = Q_5 (Q_1 + Q_2 + Q_3 Q_4 - Q_1 Q_2 - Q_2 Q_3 Q_4 - Q_3 Q_4 Q_1 + Q_1 Q_2 Q_3 Q_4)$$

Y la confiabilidad será:

$$R_6 = R_3 + R_4 - R_3 R_4$$

$$R_7 = R_1 R_2 R_6$$

$$R_8 = R_5 + R_7 - R_5 R_7$$

$$R_8 = R_5 + R_1 R_2 (R_3 + R_4 - R_3 R_4) - R_5 R_1 R_2 (R_3 + R_4 - R_3 R_4)$$

Que para una confiabilidad de 0.8 para todos los componentes nos da:

$$R_8 = 0.92288 \quad \text{ó} \quad Q_8 = 1 - 0.92288 = 0.07712$$

## A.7 SISTEMAS PARCIALMENTE REDUNDANTES

En sistemas complejos es difícil encontrar sistemas no redundantes (serie) o completamente redundantes (paralelo). Las técnicas descritas anteriormente para sistemas serie- paralelo no pueden ser empleadas directamente en los casos que involucren redundancia parcial.

A los sistemas parcialmente redundantes se les conoce como configuración  $r$  fuera de  $n$  o simplemente  $r/n$  es aquella que involucra  $n$  componentes de los cuales  $r$  deben estar trabajando para que la unidad esté funcionando. En el caso general se tienen  $n$  entradas, de las cuales se requiere  $r$  para que el sistema funcione como se muestra en la figura A.10a.

El primer caso consiste de “ $n$ ” entradas independientes a cada uno de los componentes y que a su vez las salidas de éstos se unen en un punto común, teniendo por lo consiguiente una sola entrada (figura A.10.b). La probabilidad de falla  $P_F$  de una rama  $r/n$  es la suma de las probabilidades de que exactamente  $r-1, r-2, \dots, 1, 0$  componentes estén funcionando. Si los componentes son idénticos, el número que estén funcionando tienen una distribución de probabilidad binomial y si  $P$  es la probabilidad de falla de cada componente,  $P_F$  está dado por:

$$P_F = \binom{n}{r-1} P^{n-r+1} (1-p)^{r-1} + \binom{n}{r-2} P^{n-r+2} (1-p)^{r-2} + \dots + \binom{n}{0} P^n \quad (\text{A.13})$$

Si los componentes no son idénticos, los términos de la ecuación A.13 deberán ser expandidos para representar todas las posibles combinaciones de falla. En una rama 2/3 por ejemplo el término en la ecuación A.13,  $3 p^2 (1-p)$  deberá ser remplazado por los tres términos

$$p_1 p_2 (1-p_3) + p_1 p_3 (1-p_2) + p_2 p_3 (1-p_1)$$

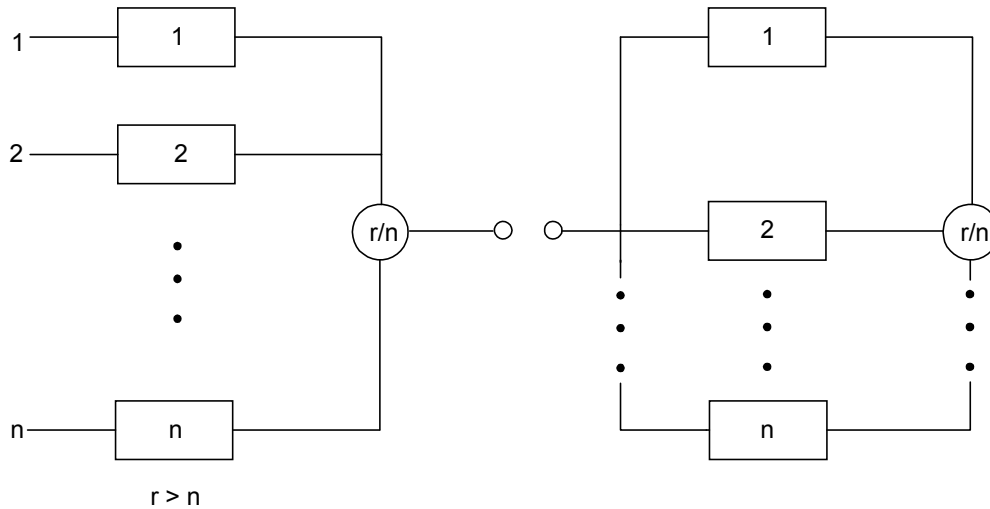


Figura A.10a Sistema con varias entradas

Figura A.10b Sistema con una sola entrada

Figura A.10 Sistemas parcialmente redundantes

Un sistema en paralelo es un caso especial de un sistema parcialmente redundante cuando  $r = n$ .

En el proceso de redundancia de redes, las ramas  $r/n$  pueden ser incluidas con ramas en serie y paralelo. Esto es, por supuesto, posible siempre que se convierta ramas  $r/n$  en equivalentes serie-paralelo usando la técnica de cortes o conexiones mínimas.

Ejemplo A.2:

Considérese el caso del sistema presentado en la figura A.11, en el cual todas las ramas en paralelo son completamente redundantes con excepción de los componentes 4, 5 y 6, cualquiera de las dos ramas son requeridas para que el sistema funcione.

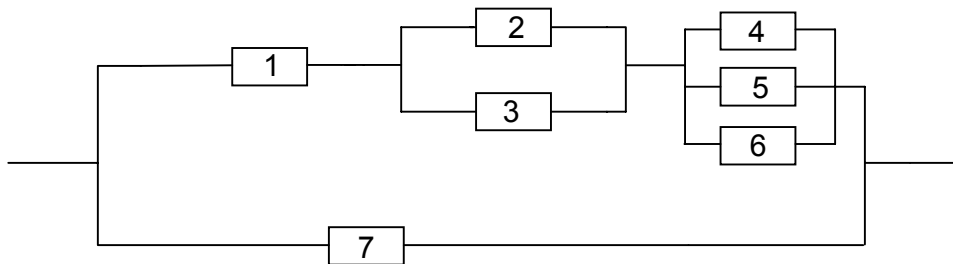


Figura A.11 Sistema altamente redundante

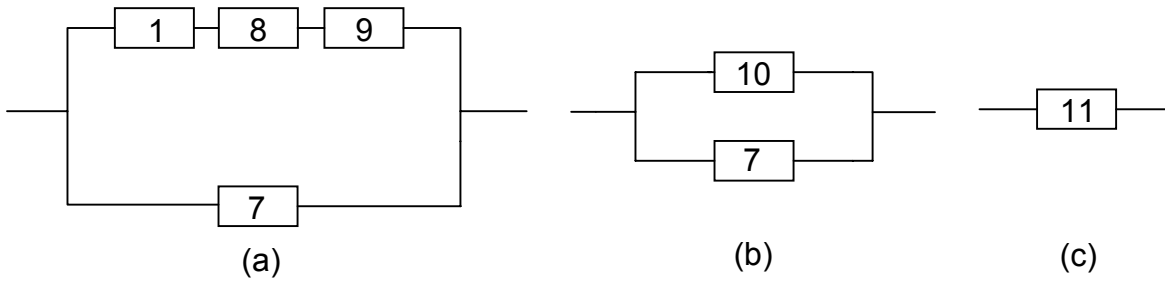


Figura A.12 Reducción del sistema de la figura A.11

$$Q_8 = Q_2 Q_3$$

$$R_{10} = R_1 R_8 R_9$$

$$Q_{11} = Q_{10} Q_7$$

$$Q_{11} = Q_7 (1 - R_1 R_8 R_9)$$

$$Q_{11} = Q_7 [1 - R_1 (1 - Q_2 Q_3) R_9]$$

$$Q_{11} = Q_7 [1 - R_1 R_9 + R_1 R_9 Q_2 Q_3]$$

$R_9$  es evaluada para aplicar la distribución binomial a los componentes 4, 5 y 6.

Si  $R_4 = R_5 = R_6 = R$  y  $Q_4 = Q_5 = Q_6 = Q$ , entonces,

$$R_9 = R^3 + 3R^2Q$$

$$\text{y } Q_9 = 3RQ^2 + Q^3$$

Si  $R_4 \neq R_5 \neq R_6$  y  $Q_4 \neq Q_5 \neq Q_6$ , entonces,

$$R_9 = R_4 R_5 R_6 + R_4 R_5 Q_6 + R_5 R_6 Q_4 + R_6 R_4 Q_5 \quad \text{y}$$

$$\text{y } Q_9 = R_4 Q_5 Q_6 + R_5 Q_6 Q_4 + R_6 Q_4 Q_5 + Q_4 Q_5 Q_6$$

En el caso especial de que los componentes tengan una confiabilidad de 0.8 se tiene:

$$R_9 = 0.8960$$

$$Q_9 = 0.1040 \quad \text{y}$$

$$Q_{11} = 0.06237$$

---

---

## A.8 SISTEMAS REDUNDANTES EN ESPERA

Considérese un sistema redundante en dos componentes conectados en paralelo (figura A.12a), en este caso el componente de respaldo permanece operando constantemente, de forma tal que ambos funcionan simultáneamente, sin embargo, en forma práctica no es posible tener componentes redundantes que estén operando continuamente, a tal grado de que solamente entran en operación cuando el componente normal falla, (ver figura A.12.b). El componente en espera o standby permanece en condiciones de operación normal antes de remplazar al componente que sufre una falla. Hay casos en los cuales la probabilidad de falla de un componente es menor cuando opera continuamente, comparado con aquellos componentes que frecuentemente conmutan cíclicamente entre un modo activo a un modo inactivo o de espera.

Veamos dos casos de sistemas redundantes en espera:

- Con conmutación perfecta
- Con conmutación imperfecta

### A.8.1 Conmutación perfecta

Considérese que el componente de respaldo no falla durante una posición de espera y que tampoco falla cuando conmuta a su posición de operación, ver figura A.13.b. Si se supone que el componente  $B$  no falla cuando está en la posición de espera, entonces éste puede solamente fallar cuando está en operación.

Por lo tanto, la falla de este sistema es dado por la falla de  $A$  y la falla de  $B$  dado que  $A$  ha fallado.

$$Q = Q(A).Q(B/\bar{A}) \quad (\text{A.14})$$

Para lo cual si se supone que  $A$  y  $B$  son independientes, la anterior expresión se transformará en

$$Q = Q_A \cdot Q_B \quad (\text{A.15})$$

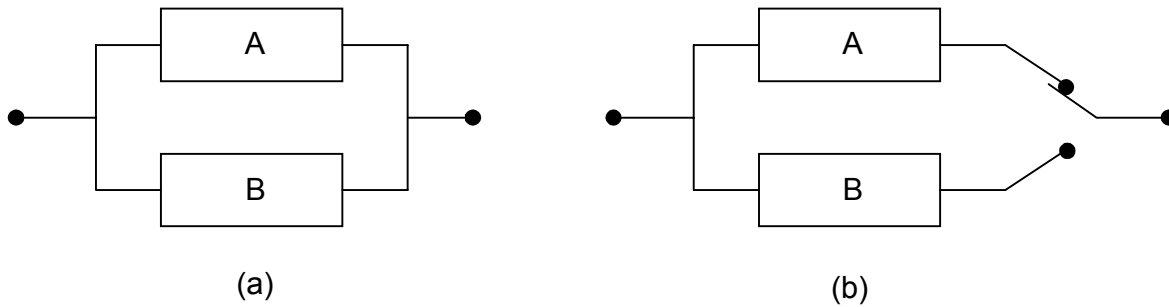


Figura A.13. Modos de Redundancia: (a) Redundancia Paralelo, (b) Redundancia en espera o standby.

Observe que la expresión A.15 es idéntica a la ecuación A.11, dando la impresión de que la probabilidad de falla de un sistema redundante en espera o standby, es idéntico a un sistema redundante en paralelo.

Esto no es cierto ya que los valores numéricos usados son diferentes, debido a que el componente B es usado solamente en tiempos cortos y su probabilidad de falla no es igual a que este componente funciona en forma continua. Esto hace que la probabilidad dependa del tiempo. Aquí se supondrá que no existe dependencia con el tiempo.

### A.8.2 Conmutación imperfecta

Considérese el caso en el que la conmutación tiene una probabilidad de falla al cambiar de un componente al otro. Sea la probabilidad del cambio del componente  $P_S$  y la probabilidad de un cambio de un componente no exitoso sea  $\bar{P}_S = 1 - P_S$ . Usando la probabilidad condicional se tiene que:

$$Q = Q_A \cdot Q_B \cdot P_S + Q_A \cdot \bar{P}_S$$

$$Q = Q_A Q_B P_S + Q_A (1 - P_S)$$

$$Q = Q_A Q_B P_S + Q_A - Q_A P_S$$

$$Q = Q_A - Q_A P_S (1 - Q_B)$$

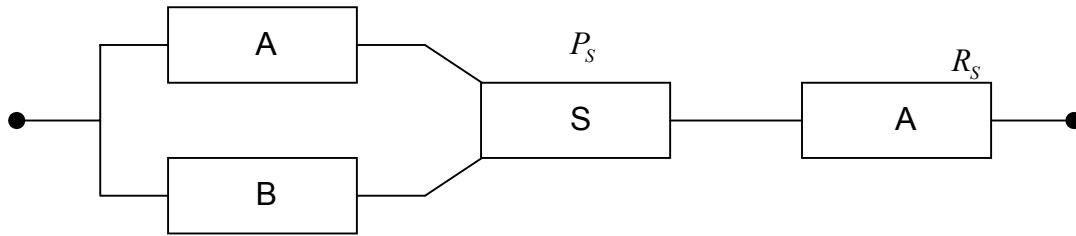


Figura A.14 Transformación del sistema de la figura A.13.

El valor de  $Q_B$  en esta ecuación es afectada por el problema de la dependencia del tiempo debido a que  $B$  es operado en tiempos relativamente cortos.

Considérese ahora la situación de que el interruptor pueda fallar en su operación inicial, también puede fallar al conmutar a su posición inicial. Debido a que la falla del interruptor en su posición de operación puede ser idéntica si se conecta  $A$  o  $B$ , esto puede ser considerado como un modelo de componentes en serie de forma tal que la figura A.13.b se transforma en la figura A.14, donde el interruptor aparece como dos componentes, el primero representa su modo de conmutación con una probabilidad  $P_S$  de conmutación exitosa y el segundo representa su modo de operación normal con una confiabilidad  $R_S$  y una indisponibilidad  $Q_S$  asociada.

Como la representación del segundo componente del interruptor está en serie con el sistema y considerando que existe conmutación imperfecta, la ecuación A.16 se transforma:

$$Q = 1 - [1 - (Q_A - Q_B P_S (1 - Q_B))] R_S$$

(A.16)

o también como

$$R = R_S [1 - (Q_A - Q_A P_S (1 - Q_B))]$$



---

---

## A.9 CONCEPTOS DE CONFIABILIDAD PARA SISTEMAS

Se establecen los conceptos de confiabilidad para sistemas, los cuales permiten, entre otras posibilidades, determinar los índices de confiabilidad que faciliten la comparación cuantitativa entre distintas configuraciones, la identificación de puntos débiles del sistema en operación y el establecimiento de una clasificación de los elementos del sistema, en función de su contribución a la falla de la misma y que son la base para un análisis de costo – beneficio de posibles acciones de mejora [29].

### A.9.1 Definiciones

*Salida.*-Una salida describe el estado de un componente cuando no está disponible para ejercer sus funciones.

*Falla.*- El mal funcionamiento de un componente que puede ser causa del mismo componente o factores externos, como errores humanos o efectos del medio ambiente.

*Frecuencia de salida.*-El número de salidas por unidad de tiempo en servicio.

$$Frecuencia\ de\ salida = \frac{\text{Número de salidas}}{\text{Tiempo en servicio}} \quad (A.17)$$

La unidad de tiempo usualmente es un año, No. de salidas/año.

*Frecuencia de falla.*- El número de fallas por unidad de tiempo.

$$Frecuencia\ de\ falla = \frac{\text{Número de fallas}}{\text{Tiempo de exposición}} \quad (A.18)$$

La unidad de tiempo usualmente es un año, No. de fallas/año.

*Frecuencia de mantenimiento.*- El número de salidas por mantenimiento (programadas) por unidad de tiempo en servicio.

$$Frecuencia\ de\ mantenimiento = \frac{\text{Número de salidas por mantenimiento}}{\text{Tiempo en servicio}} \quad (A.19)$$

---

---

*Tiempo promedio de reparación.*- Es el tiempo promedio tomado para reparar la componente fallada.

*Tiempo promedio de mantenimiento.*-Es el tiempo promedio tomado para dar mantenimiento a una componente.

### **A.9.2 Modos de falla de un componente**

Los componentes de un sistema de potencia pueden tener muchos modos de falla. Para propósitos de análisis de confiabilidad en redes de distribución eléctricas, los componentes del sistema son clasificados en dos categorías. La primera categoría incluye componentes tales como líneas de distribución, buses transformadores, etc. Estos componentes pueden tener cualquiera de los siguientes estados:

- Operando
- Falla
- Salida por reparación o mantenimiento preventivo

Si la protección apropiada no está disponible, estos componentes pueden tener aperturas por fallas indetectables.

La segunda categoría incluye componentes tales como interruptores, restauradores, cuchillas desconectoras. Estos componentes pueden tener cualquiera de los siguientes estados:

- Operando
- Falla
- Salida por reparación o mantenimiento preventivo
- Bloqueo cuando es llamado a operar (a la apertura o al cierre)
- Apertura por fallas indetectables

---

---

Se debe notar que los estados de falla en la primera categoría de componentes pueden ser muy diferentes de la segunda categoría. En el caso anterior, un segundo nivel de protección del sistema debe operar para aislar la falla del componente, mientras que en el primer caso un primer nivel de protección del sistema es requerido para operar.

### **A.9.3 Modos de salida de un componente**

Las salidas son clasificadas como se muestra en la tabla A.1. Las salidas programadas son el resultado de sacar deliberadamente un componente para propósitos de construcción, mantenimiento preventivo, sustitución de equipo que llegó a fin de su vida útil o recalibración. Este tipo de salidas pueden postergarse o adelantarse según sean favorables las circunstancias para llevarse a cabo.

Una salida forzada es aquella que resulta de condiciones de emergencia asociadas a alguna componente que requiere sacarse fuera de servicio inmediatamente o tan pronto como se hagan las operaciones de maniobra permanentes.

Las salidas forzadas pueden ser temporales, si la causa de ésta es aliviada extinguiéndose rápidamente y permanentes si la causa persiste y habrá que reemplazar la componente fallada o repararla. Las salidas de los componentes pueden ser divididas dentro de salidas de fallas pasivas y salidas por fallas activas. Todas las componentes que al fallar causan la salida de servicio de otros componentes en buen estado, se clasifican como fallas activas. Esta clase de fallas incluye fallas en los componentes que causan la operación de interruptores. Todas las fallas de componentes que no causan la salida de servicio de componentes en buen estado se clasifican como fallas pasivas. Éstas incluyen apertura por fallas indetectables, salidas de componentes por reparación, etc. Se debe notar, que para los componentes de la primera clasificación, las fallas activas son incluidas también en las fallas pasivas.

Otro modo de salida es el de causa común, en el que ocurren múltiples salidas en un solo evento, aunque es poco frecuente.

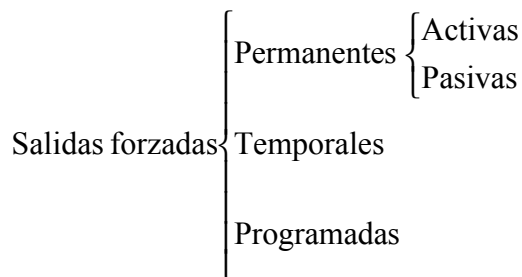


Tabla A.1 Clasificación de las salidas

#### A.9.4 Causas de las salidas

Las causas de las salidas de una componente son variadas, a continuación se mencionan las más comunes:

- Descargas atmosféricas
- Contacto de una línea con cuerpos extraños
- Contaminación y condiciones atmosféricas
- Manejo inadecuado del sistema
- Mantenimiento
- Vandalismo
- Sobrecargas
- Operaciones de maniobra, etc.

Estas causas se toman en cuenta suponiendo que la componente se encuentra funcionando durante el período de vida útil y no en el inicial o en el período de fallas por desgaste o envejecimiento.

Las técnicas de confiabilidad están basadas en los conceptos del método de tasa esperada de falla  $\lambda$  y duración promedio de la salida  $r$ . Para un punto de carga la tasa esperada de falla  $\lambda$ , duración promedio de salida  $r$  y el tiempo anual de salida  $U$  son evaluados.

---

---

Estos índices son fáciles de entender y tienen mucho más significado ingenieril que el concepto matemático de probabilidad de falla.

Para indicar las áreas críticas de falla, es necesario deducir las contribuciones individuales de cada evento de falla mediante los índices de confiabilidad para cada punto de carga. Estas contribuciones son: la tasa esperada de falla  $\lambda$ , la duración promedio de salida  $r$  y el tiempo promedio anual de salida  $U$ , debido a:

- Salidas forzadas traslapadas
- Salidas forzadas traslapadas con salidas por mantenimiento

Las contribuciones individuales y los índices totales por punto de carga, pueden ser evaluados, usando las ecuaciones descritas en el capítulo tres, después que los modos de falla en un punto de carga bajo consideración han sido deducidos. La teoría de cortes mínimos es una poderosa herramienta computacional para evaluar los modos de falla en un punto de carga, considerando que los modos de falla pueden ser relacionados como cortes mínimos [36].

No es fácil comparar la confiabilidad de diferentes diseños del sistema cuando se conoce solamente los índices sólo en los puntos de carga, particularmente cuando existen muchos puntos de carga y sus índices cambian en forma diferente y en diferentes cantidades. Aún más, los índices en los puntos de carga no pueden ser independientes si pertenecen a falla de modo común y por lo tanto no pueden sumarse en forma real. Para sobrellevar estas dificultades se ha desarrollado un concepto de confiabilidad del sistema en contraste a la confiabilidad en los puntos de carga. Para aplicar este concepto rigurosamente es necesario definir claramente la falla del sistema. Dos criterios de falla son definidos para el sistema:

- Se considera falla del sistema si al menos un punto de carga queda sin suministro de energía.

- Se considera falla del sistema si todos los puntos de carga quedan sin suministro de energía.

Si existe una sola clase de falla, este concepto llega a ser una extensión de la teoría de conjuntos de cortes mínimos aplicada a un sistema de salidas múltiples. Sin embargo, un sistema tiene diferentes clases de fallas y la técnica se hace más compleja.

En el capítulo tres se verá que todos los índices de confiabilidad de un sistema se calculan en base a parámetros de confiabilidad de cada una de las componentes del sistema. Las definiciones de los parámetros de confiabilidad requeridos para la evaluación del sistema se describen a continuación:

*Frecuencia de falla pasiva del componente.*- Es el número total de veces por año que los componentes son tomados fuera de servicio para reparación debido a cualquier modo de falla. Esta frecuencia de falla también incluye las fallas activas de los componentes. Está dada en No. de fallas pasivas/año.

*Tiempo promedio de reparación del componente.*- Es el tiempo promedio requerido para reparar todos los tipos de modos de falla de los componentes y está dada en horas. La reparación puede ser garantía de que un componente falle, un interruptor o switch esté en condición de bloqueado, apertura indetectable de una conexión, una falsa operación de un interruptor, etc.

*Frecuencia de salida por mantenimiento del componente.*- Es el número promedio de veces por año que un componente es tomado fuera de servicio por mantenimiento preventivo. Está dado en No. de ocurrencias/año.

*Tiempo promedio de mantenimiento del componente.*- Es el tiempo promedio para dar mantenimiento a un componente. Está dado en horas.

---

---

*Frecuencia de falla activa del componente.*- Este valor es la fracción de la frecuencia de falla pasiva que corresponde a las fallas activas de componentes. La frecuencia de falla activa está expresada en términos del número de componentes fallados activos, (número de fallas activas/año).

*Tiempo promedio de switcheo del componente.*- Es el tiempo desde el inicio de la falla de un componente, su detección, localización, reconfiguración del sistema hasta aislar la falla y restaurar los componentes en buen estado que fueron sacados de servicio debido a la falla. Este tiempo está dado en horas. Cuando los componentes en buen estado no pueden ser restaurados para servicio, entonces el componente fallado es reparado para ponerlo en operación, por lo que el tiempo de switcheo del componente se considera como el tiempo para repararlo.

*Probabilidad de bloqueo.*- Este valor representa la probabilidad de que un interruptor o cuchilla esté bloqueada cuando es llamada a operar. Esta probabilidad está dada en %. Este valor es la probabilidad de que el interruptor o cuchilla no cierren cuando son llamados a operar. La probabilidad de bloqueo de un interruptor se estima de la razón del número de veces que falla cuando es llamado a operar por el número de veces que el interruptor es llamado a operar.

La inclusión de acciones de switcheo en el análisis de confiabilidad es de vital importancia. Es necesario imponer un modelo de tres estados del sistema; el estado antes de la falla, el estado después de la falla antes del switcheo y el estado después del switcheo. El segundo estado tiene un pequeño promedio de salida anual y depende del tiempo de switcheo, aunque esta tasa de ocurrencia puede ser muy grande.

Por ejemplo un interruptor es considerado como un modelo de tres estados el cual incluye frecuencia de falla activa  $\lambda_a$ , frecuencia de falla pasiva  $\lambda_p$ , tasa de switcheo  $\mu_{sw}$  y tasa de reparación  $\mu$ , como se muestra en la figura A.15, que también incluye eventos de mantenimiento.

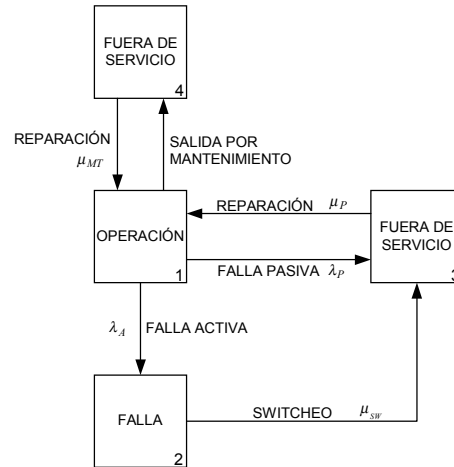


Figura A.15 Modelo de tres estados para un interruptor.

Una sección de bus tiene un modelo de dos estados, el cual tiene solamente frecuencia de falla activa  $\lambda_a$  y tasa de reparación  $\mu$ . Un transformador tiene un modelo de tres estados que incluyen frecuencia de falla activa  $\lambda_a$ , tasa de switcheo  $\mu_{sw}$  y tasa de reparación  $\mu$ .

La historia de un interruptor puede estar generada por dos segmentos. La primera situación es cuando ocurre una falla activa y el componente está forzado a salir del estado 1 al estado 2 (figura A.15), mediante una maniobra de switcheo es llevado al estado tres y reparándolo se lleva al estado inicial (estado 1). La segunda situación es cuando ocurre una falla pasiva y el interruptor es llevado del estado 1 al estado 3 y mediante una reparación es llevado del estado 3 al estado inicial 1.

Si un componente al tener una falla activa no puede ser llevado fuera de servicio mediante una maniobra de switcheo el tiempo asignado al tiempo de switcheo es asignado como tiempo de reparación de la componente.

La evaluación de los índices de confiabilidad de un sistema eléctrico es una importante alternativa para la comparación objetiva de diferentes alternativas de diseño. El concepto de índices de confiabilidad total del sistema facilita estas comparaciones, particularmente cuando el sistema tiene muchos puntos de carga.



---

---

# APÉNDICE B

## CONCEPTOS DE INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES

### B.1 INTRODUCCIÓN

Los problemas de redes surgen de una gran variedad de situaciones. Las redes de transporte, eléctricas y de comunicaciones predominan en nuestra vida diaria. La representación de redes se utiliza ampliamente en áreas tan diversas como producción, distribución, planeación de proyectos, localización de instalaciones, administración de recursos y planeación financiera, por nombrar sólo unos cuantos ejemplos. De hecho una representación de redes proporciona un panorama general poderoso y una ayuda conceptual para visualizar las relaciones entre las componentes de los sistemas que se usan casi en todas las áreas científicas, sociales y económicas.

Uno de los más grandes desarrollos recientemente en investigación de operaciones ha sido el rápido avance tanto en la metodología como en la aplicación de los modelos de optimización de redes. La aparición, en las décadas de los años 70's y 80's, de algunos algoritmos han tenido un impacto importante, al igual que las ideas en el área de ciencias de la computación sobre estructura de datos y la manipulación eficiente de los mismos [1].

### B.2 TERMINOLOGÍA USADA EN EL ANÁLISIS DE REDES

Se ha desarrollado una terminología relativamente extensa para describir la teoría de grafos y sus componentes. Aunque se ha evitado en lo posible el uso de vocabulario específico, es necesario introducir un número considerable de términos, como los presentados a continuación.

Un **grafo** consiste en un conjunto de puntos y un conjunto de líneas que unen ciertos pares de puntos. Los puntos se les da el nombre de **nodos** (o vértices) y las líneas que unen esos nodos reciben el nombre de **aristas** (ligaduras, arcos o ramas); por ejemplo, en la figura B.1 se presenta un grafo que tiene siete nodos representados por 7 círculos y 12 aristas. Las aristas se etiquetan dando nombre a los nodos en sus puntos terminales; por ejemplo,  $CE$  es la arista entre los nodos  $C$  y  $E$ .

Una red se considera un grafo en la cual las aristas pueden tener un flujo de algún tipo que pasa por ellas; por ejemplo mensajes, fluidos, trabajos, etc. Si el flujo a través de una arista se permite sólo en una dirección, se dice que la arista es una **arista dirigida**. La dirección se indica agregando una cabeza de flecha al final de la línea que representa la arista. Al etiquetar una arista con el nombre de los nodos que une, siempre se pone primero el nodo de donde viene y después el nodo a donde va, esto es, una arista dirigida del nodo  $C$  al nodo  $E$  debe etiquetarse como  $CE$  y no como  $EC$ . Otra manera de etiquetarlo es  $C \rightarrow E$ .

Si el flujo a través de una arista se permite en ambas direcciones, se dice que la arista es una **arista no dirigida**. Las aristas no dirigidas también reciben el nombre de **ligaduras**.

Un grafo que tiene sólo aristas dirigidas se llama **grafo dirigido**. De igual manera, si todas las aristas son no dirigidas, se dice que se trata de un **grafo no dirigido**.

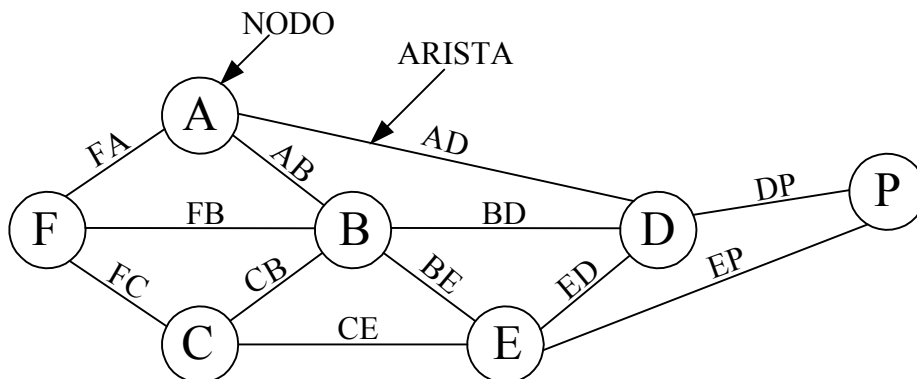


Figura B.1 Grafo para representar sus componentes.

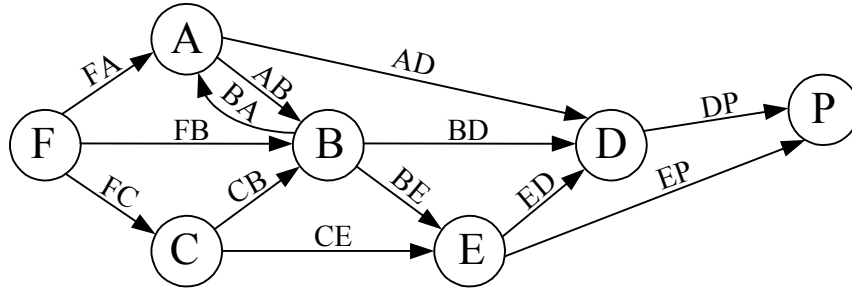


Figura B.2 Ejemplo de un grafo dirigido

Un grafo con una mezcla de aristas dirigidas y no dirigidas se puede convertir en un grafo dirigido, si se desea, sustituyendo cada arista no dirigida por un par de aristas dirigidas en direcciones opuestas. El grafo de la figura B.1 se puede convertir en un grafo dirigido, como el mostrado en la figura B.2.

### B.3 TRAYECTORIAS

Para tener una definición de trayectoria considérese el grafo de la figura B.1, donde la letra  $F$  es el nodo fuente y la letra  $P$  el nodo pozo.

"Una trayectoria de un grafo  $G$  es una secuencia alternativa de nodos y aristas empezando con un nodo y terminando en otro. En la trayectoria cada arista es incidente al nodo inmediato que le precede y al nodo inmediato que le sigue". Por ejemplo, una trayectoria que conecta a los nodos  $F$  y  $P$  en la figura B.1 es la sucesión de aristas  $FB-BD-DP$ . Otra trayectoria que conecta a los nodos  $F$  y  $P$  en la figura B.2 es  $FC-CE-EP$ . La trayectoria  $FA-AD-DE-EB-BD-DP$ , como se puede observar forma un ciclo en el nodo  $D$ . Lo anterior se muestra en la figura B.3.

Cuando algunas o todas las aristas de una red son aristas dirigidas, se hace la distinción entre trayectorias dirigidas y trayectorias no dirigidas. Una **trayectoria dirigida** del nodo  $i$  al nodo  $j$  es una sucesión de aristas cuya dirección es del nodo  $i$  hacia el nodo  $j$ , de manera que el flujo a través de esta trayectoria sea factible.

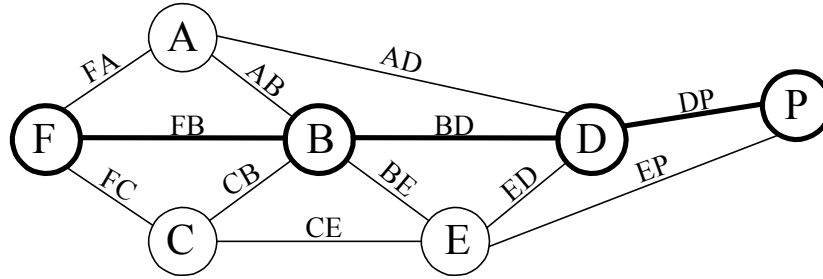
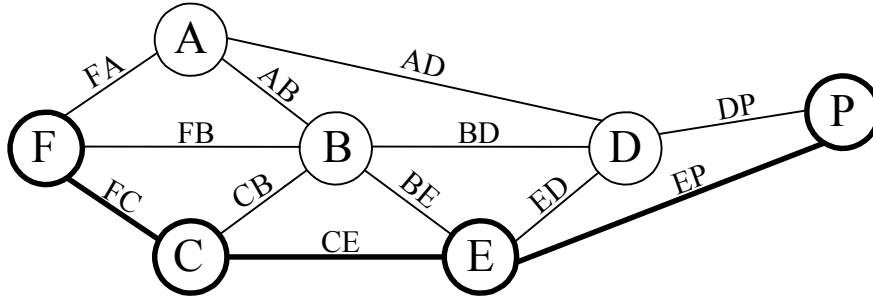
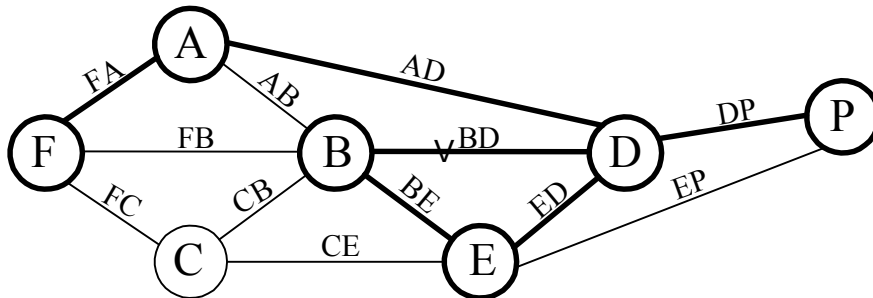
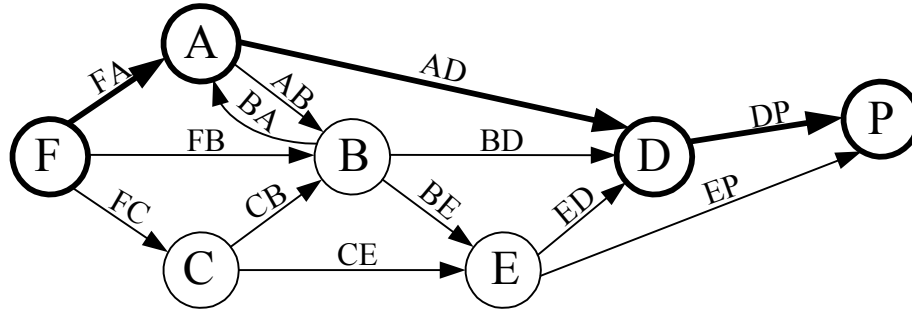

 Trayectoria  $FB-BD-DP$ 

 Trayectoria  $FC-CE-EP$ 

 Trayectoria  $FA-AD-DE-EB-BD-DP$ .

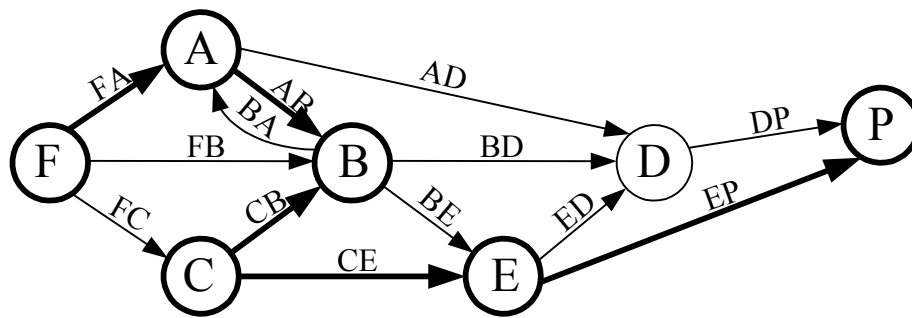
Figura B.3 Trayectorias del grafo de la figura B.1.

Una **trayectoria no dirigida** del nodo  $i$  al nodo  $j$  es una sucesión de aristas cuya dirección puede ser desde el nodo  $i$  hacia el nodo  $j$  o desde el nodo  $j$  hacia el nodo  $i$ . Para ilustrar estas definiciones se toma el grafo dirigido de la figura B.2. La sucesión de aristas  $FA-AD-DP$  ( $F \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow P$ ) es una trayectoria dirigida del nodo  $F$  al nodo  $P$ , ya que el flujo hacia el nodo  $P$  a lo largo de toda esta trayectoria es factible. Por otro lado,  $FA-AB-BC-CE-EP$  ( $F \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow P$ ) no es una trayectoria dirigida del nodo  $F$  al nodo  $P$ , porque la dirección del arco  $CB$  está en dirección contraria a la dirección de esta trayectoria. No obstante,  $F \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow P$  es una trayectoria no dirigida del nodo  $F$  al nodo  $P$ .

Lo anterior se muestra en la figura B.4.



Trayectoria dirigida F-A-D-P



Trayectoria no dirigida F-A-B-C-E-P

Figura B.4 Trayectorias dirigidas del grafo dirigido de la figura B.2

Un **ciclo** es una trayectoria que comienza y termina en el mismo nodo. En un grafo dirigido un ciclo puede ser dirigido o no dirigido, según si la trayectoria en cuestión es dirigida o no dirigida. Por ejemplo en la figura B.5,  $AB-BA$  es un ciclo dirigido.

Por el contrario,  $FA-AB-BF$  es un ciclo no dirigido puesto que la dirección de la arista  $FB$  es opuesta a la de las aristas  $FA$ , y  $AB$ .

Por otro lado,  $AB-BD-AD$  es un ciclo no dirigido porque  $A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow A$  es una trayectoria no dirigida. Por ejemplo,  $BD-DB$  en la figura B.5 no califica como ciclo, porque  $BD$  y  $DB$  son dos etiquetas para la misma arista.

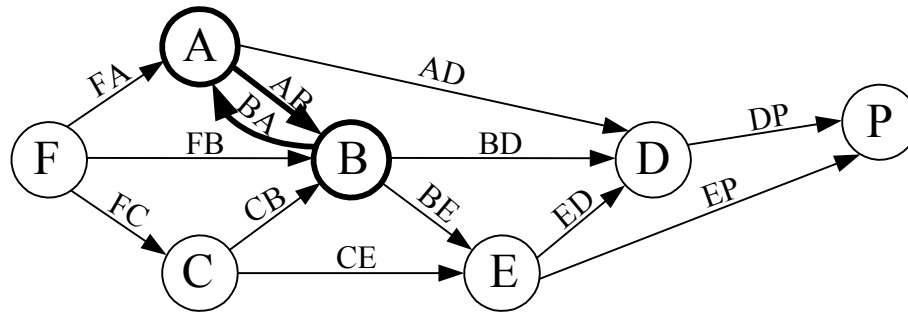
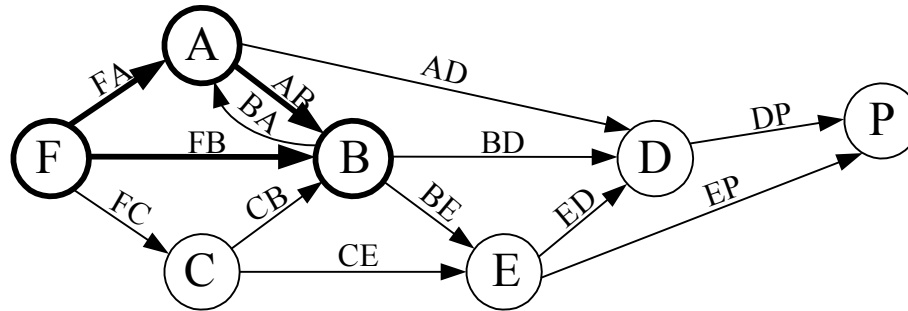

 Ciclo dirigido  $AB-BA$ 

 Ciclo no dirigido  $FA-AB-BF$ 

Figura B.5 Ciclos del grafo dirigido de la figura B.2.

Un **grafo conexo** es un grafo en el que cada par de nodos están conectados. Se dice que dos nodos están **conectados** si el grafo contiene al menos una trayectoria no dirigida entre ellos.

Entonces, el grafo de la figuras B.6 es conexo; este grafo no sería conexo si se eliminaran las aristas  $AD, BD, BE$  y  $CE$ , como se muestra en la figura B.7.

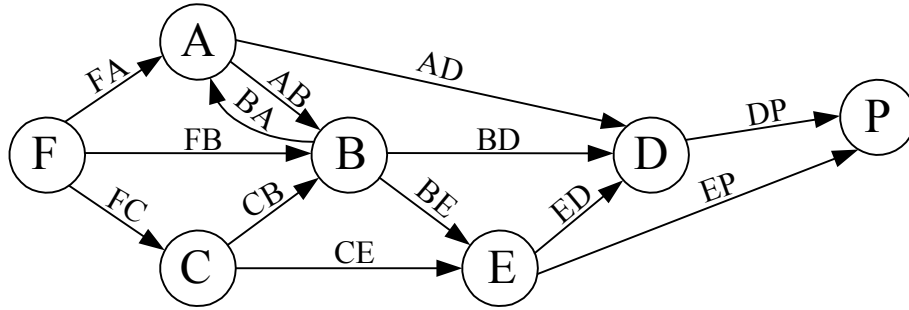
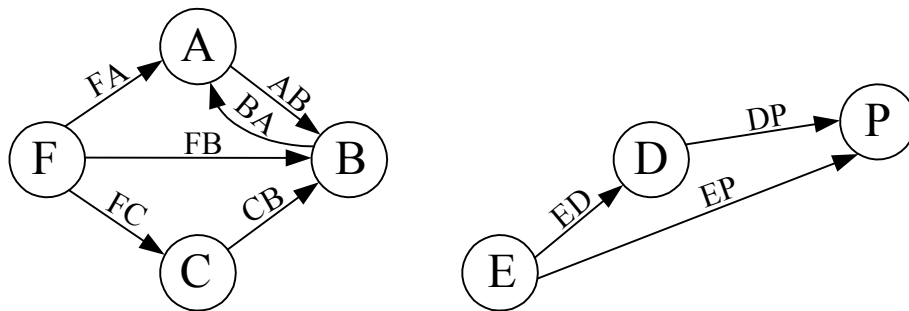


Figura B.6 Grafo conexo



B.7 Grafo no conexo.

Un **árbol** es un grafo conexo que no contiene ciclos. Por ejemplo el grafo de la figura B.8 es un árbol.

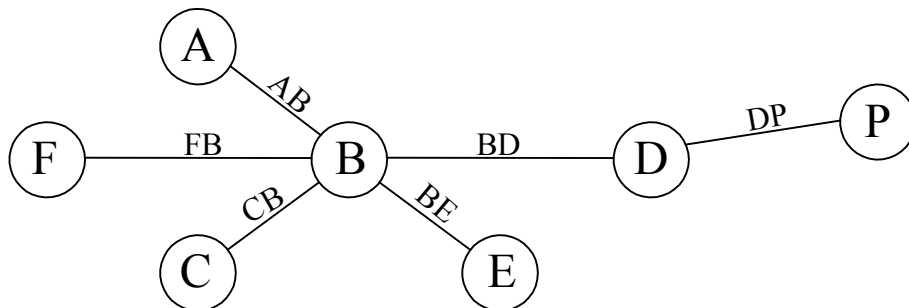


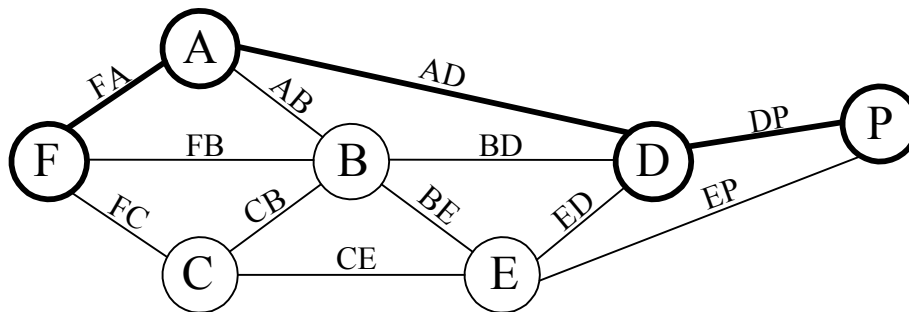
Figura B.8 Grafo árbol.

En un grafo el **grado de conectividad del nodo más conexo** es el número máximo de nodos conectados a un nodo (considerando todos los nodos del grafo). Por ejemplo el grafo de la figura B.9 el nodo  $B$  tiene conectados los nodos  $F$ ,  $A$ ,  $C$ ,  $D$ , y  $E$  por lo que el nodo  $B$  tiene el grado de conectividad más conexo para el grafo de la figura B.9, que es 5.

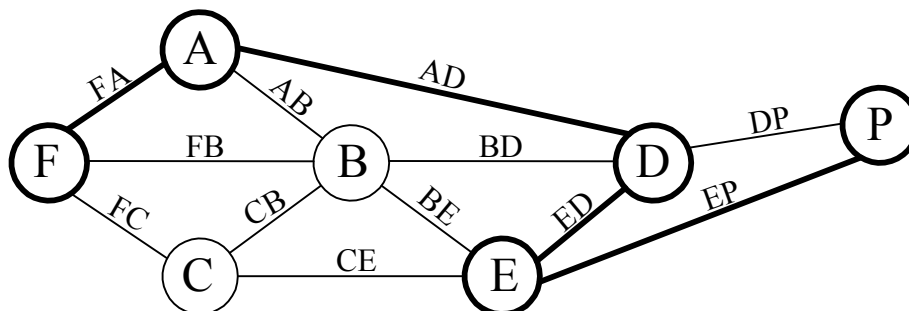
#### B.4 TRAYECTORIAS MÍNIMAS

Una trayectoria mínima entre dos nodos definidos es aquella que no tiene ciclos y no contiene a otra trayectoria.

Por ejemplo, del grafo de la figura B.9 una trayectoria mínima puede ser  $F-A-D-P$ . Pero la trayectoria  $F-A-D-E-P$  no es mínima por que  $D$  está directamente ligada a  $P$ , por lo que no se conecta directamente a  $P$ , lo cual primero pasa por  $E$  innecesariamente y luego a  $P$ .



Trayectoria mínima  $F-A-D-P$



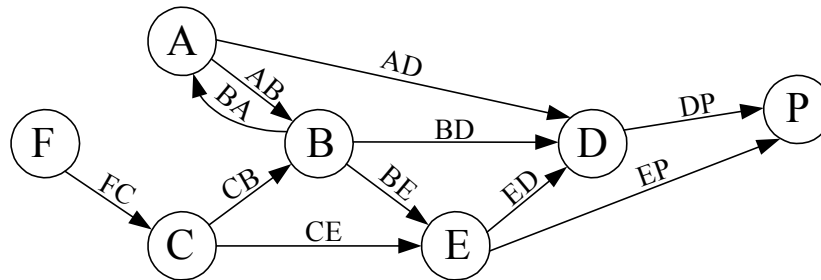
Trayectoria no mínima  $F-A-D-E-P$

Figura B.9 Ejemplo de trayectorias mínimas y no mínimas.

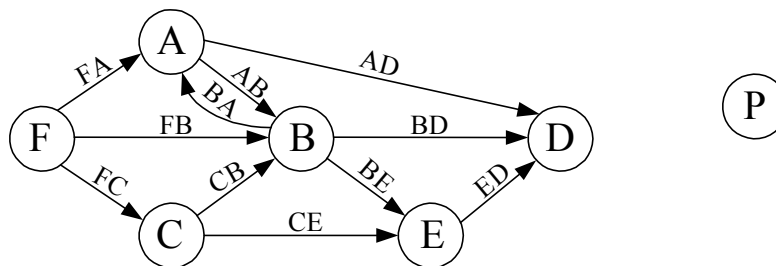


Será necesario introducir terminología adicional sobre los flujos en grafos. Entre los nodos, se puede distinguir aquellos que son generadores de flujo y absorbedores netos. Un **nodo fuente** tiene la propiedad de que el flujo sale del nodo. En un **nodo pozo**, el flujo es absorbido por el nodo. Un **nodo intermedio** satisface la conservación del flujo, así el flujo que entra es igual al que sale. En el grafo de la figura B.9 podemos observar que el grafo tiene un sólo nodo origen y uno destino ( $F$  y  $P$  respectivamente), los demás nodos representan los nodos intermedios.

Considérese el sistema que se presenta por el grafo de la figura B.9 Este sistema consiste en siete componentes conectados de manera compleja. Según el diagrama del grafo, el sistema operará con éxito si existe flujo de " $F$ " (fuente) a " $P$ " (nodo pozo) a través del grafo, es decir, si las componentes  $FA$ ,  $AD$ , y  $DP$ , o bien las componentes  $FB$ ,  $BE$  y  $EP$ , o bien las componentes  $FA$ ,  $AB$ ,  $BE$  y  $EP$  operan con éxito. Supongamos que cada componente tiene un 0 si está en falla y 1 si está en operación (éxito). Si una arista tiene un 0 asociado (la componente está en falla), entonces el grafo pierde esa arista y la operación del sistema será satisfactoria si y sólo si existe una trayectoria del nodo fuente al nodo pozo. Esto se ilustra en la figura B.10.



a) Sistema con falla en las componentes  $FA$  y  $FB$ .



b) Sistema con falla en las componentes  $DP$  y  $EP$ .

Figura B.10 Sistema con fallas en diferentes componentes

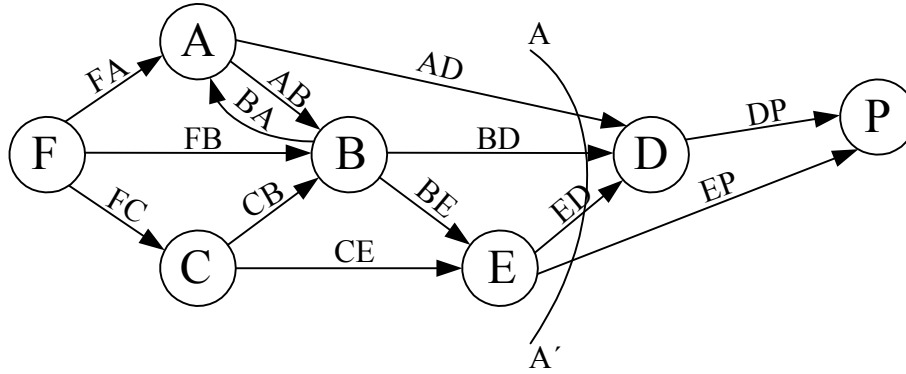


Figura B.11 Corte A-A'

En el caso de la figura B.10a el sistema opera si las componentes  $FA$  y  $FB$  fallan, pero en el caso de la figura B.10b se vuelve inoperable si las componentes  $DP$  y  $EP$  fallan.

## B.5 CORTES

"Un corte [20,37] es un conjunto de componentes del sistema que cuando falla, causa la falla de un nodo pozo".

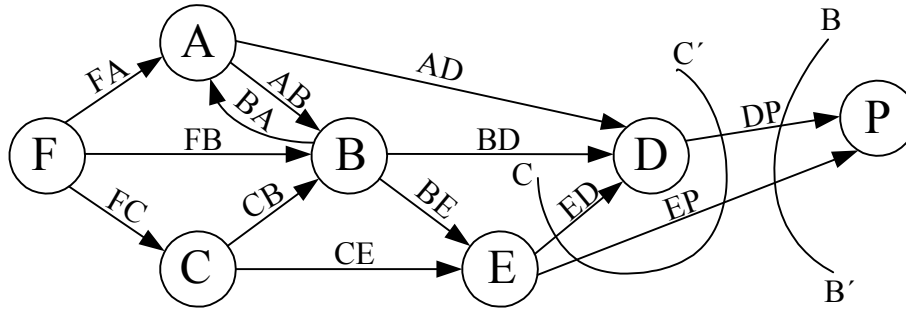
La anterior definición está apegada para un sistema que contenga un nodo pozo, pero habrá sistemas que contengan más de un nodo pozo, por lo que un corte al fallar puede causar la salida de uno o varios nodos pozo, dependiendo de la configuración del sistema.

En términos de confiabilidad, la definición de corte puede ser interpretada como un conjunto de componentes cuya falla causa la apertura de todas las trayectorias entre uno o varios nodos pozo y los nodos fuentes de un grafo.

Por ejemplo, en el grafo de la figura B.11 el corte  $A-A'$  causa la salida del nodo pozo  $P$ .

### B.5.1 Corte mínimo

Un corte mínimo es un conjunto de componentes del sistema, que cuando falla, causa la falla de uno o varios nodos pozo. La característica de un corte mínimo es que no debe contener cortes de menor grado.


 Figura B.12 Corte  $B-B'$  y  $C-C'$ 

Esta definición pretende que todos los componentes de un corte mínimo estén en estado de falla para que cause la salida de uno o varios nodos pozo. Por ejemplo un corte mínimo puede ser el corte  $B-B'$  mostrado en la figura B.12 el cual saca de servicio al nodo pozo  $P$ , pero el corte  $C-C'$  también mostrado en la figura B.12 no es mínimo por que es suficiente que las aristas  $DP$  y  $EP$  fallen para causar la salida del nodo pozo  $P$ .

Los tres diferentes tipos de cortes mínimos son:

- Cortes de primer orden
- Cortes de segundo orden
- Cortes de tercer orden

Los cortes de orden superior no se consideran debido a que la probabilidad de que ocurran es muy pequeña, comparada con los cortes de orden menor, y por consiguiente se desprecian [30].

### B.5.2 Deducción de cortes mínimos de primer orden.

Para deducir estos cortes se tiene el siguiente procedimiento:

1. Se cuenta el número de veces que cada nodo del grafo aparece en todas las trayectorias mínimas asociadas al nodo pozo en análisis. Por ejemplo para el grafo de la figura B.13, los nodos  $F$  y  $P$  aparecen en las cuatro trayectorias mínimas. Los nodos  $D$ ,  $E$ , y  $B$  aparecen en dos trayectorias y los nodos  $A$  y  $C$  en una trayectoria.

2. Los nodos que aparezcan igual número de veces al número de trayectorias mínimas asociadas al nodo pozo en análisis se toman como cortes de primer orden. En este caso como los nodos  $F$  y  $P$  aparecen en todas las trayectorias mínimas se consideran en cada uno cortes de primer orden.
3. Para los cortes de primer orden formados en el paso 2 se verifica que no sean nodos ficticios, si lo son, se eliminan de la lista de cortes.

### B.5.3 Deducción de cortes mínimos de segundo orden.

Los cortes de segundo orden se deducen de la siguiente manera:

1. Se toman los nodos de la trayectoria mínima más corta, cuidando de no tomar cortes de primer orden (las trayectorias siempre están ordenadas de la más larga a la más corta). En este caso se toma la trayectoria  $F-C-E-P$  y los nodos  $C$  y  $E$ .
2. Los nodos del grafo de la figura B.13 que no son de primer orden son  $C, E, D, B$  y  $A$ .
3. Se combinan los nodos de los pasos 1 y 2 para formar los cortes de segundo orden. Para cada corte formado se verifica si aparece en todas las trayectorias mínimas, si es así, se toma como corte de segundo orden. En caso contrario se elimina. Para el ejemplo, el nodo  $C$  del paso 1 se combina con los nodos  $E, D, B$  y  $A$  del paso 2 y el nodo  $E$  del paso 1 con los nodos  $C, D, B, y A$  del paso 2, cuidando no repetir ninguna combinación:

$$C-E \rightarrow C-D \rightarrow C-B \rightarrow C-A \rightarrow E-D \rightarrow E-B \rightarrow E-A$$

Del análisis de las combinaciones el único corte que rompe todas las trayectorias mínimas del grafo de la figura B.13 al nodo pozo 1, es el corte  $E-D$ , por lo que se toma como corte mínimo de segundo orden y todas las demás combinaciones se eliminan.

4. Eliminar los cortes que contengan nodos ficticios.

### B.5.4 Deducción de cortes mínimos de tercer orden.

Los cortes de tercer orden se deducen de la siguiente manera:

1. Se toman los nodos de la trayectoria mínima más corta, sin tomar cortes de primer orden. En este caso se toma la trayectoria B y los nodos C y E.
2. Se toman todos los nodos del grafo excepto cortes de primer orden. Estos nodos en el ejemplo son C, E, D, B, y A.
3. De los nodos del paso 2 se forman parejas sin repetir combinaciones y se combina a su vez con cada uno de los nodos del paso 1, cuidando que no haya repeticiones de nodos, ni de combinaciones de tres.

Los cortes formados son:

$$C-B-A \rightarrow E-D-B \rightarrow E-D-A \rightarrow E-B-A \rightarrow C-E-D \rightarrow C-E-B \rightarrow C-E-A \rightarrow C-D-B \rightarrow C-D-A$$

4. Se eliminan los cortes formados en el paso 3 que contengan cortes de segundo orden o nodos ficticios. En el ejemplo quedan los siguientes:

$$C-B-A \rightarrow E-B-A \rightarrow C-E-B \rightarrow C-E-A \rightarrow C-D-B \rightarrow C-D-A$$

5. De los cortes del paso 4 cuyos nodos aparecen en todas las trayectorias mínimas se consideran como cortes mínimos de tercer orden y los demás se eliminan quedando para el ejemplo los siguientes:

$$C-B-A \rightarrow E-B-A \rightarrow C-D-B$$

En base a la definición de trayectorias y cortes mínimos, a continuación se listan las trayectorias y cortes para el grafo de la figura B.13, en este caso los nodos representan los componentes del sistema.

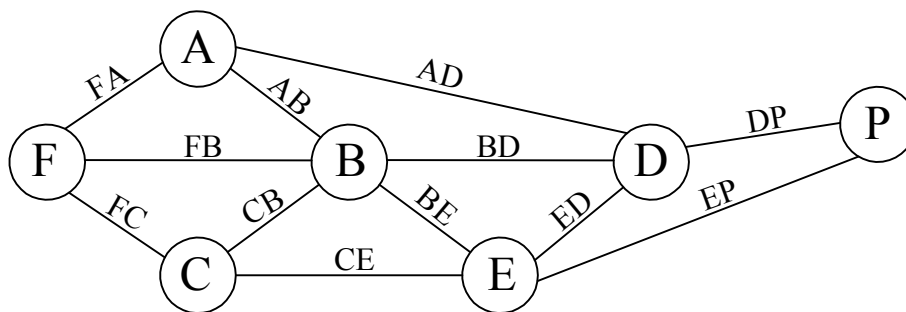


Figura B.13 Grafo

Tabla B.1 Trayectorias para la figura B.13

F-A-D-P	F-A-B-D-P	F-C-E-B-A-D-P	F-C-B-E-P
F-A-B-E-D-P	F-C-B-E-D-P	F-B-E-D-P	F-A-B-D-E-P
F-A-B-E-P	F-B-E-P	F-A-B-C-E-D-P	F-C-B-D-E-P
F-C-E-P	F-C-B-A-D-P	F-B-C-E-D-P	F-B-D-E-P
F-B-A-D-P	F-C-E-B-D-P	F-C-E-D-P	F-C-B-A-D-E-P
F-C-B-D-P	F-B-D-P	F-A-D-B-E-P	F-B-A-D-E-P
F-A-D-B-C-E-P	F-A-B-C-E-P	F-B-C-E-P	F-A-D-E-P

Dando un total de 28 trayectorias, pero sólo 4 son mínimas:

Tabla B.2 Trayectorias mínimas para la figura B.13

F-A-D-P	F-B-D-P
F-B-E-P	F-C-E-P

Los cortes para el grafo de la figura B.13 son los siguientes:

Tabla B.3 Cortes para la figura B.13

(F)	(A,B,E)	(E,D)
(P)	(A,B,D,E)	(E,D,A)
(A,B,C)	(C,E,D)	(C,B,D)

De los cortes anteriores sólo 6 son cortes mínimos:

Tabla B.4 Cortes mínimos para la figura B.14

Primer orden	Segundo orden	Tercer orden
(F)	(D,E)	(A,B,C)
(P)		(C,B,D)
		(A,B,E)

De aquí se puede decir que los cortes mínimos se pueden obtener a partir de las trayectorias mínimas. Estos cortes mínimos representan los eventos de falla que causan la salida de uno o varios nodos pozo del grafo. Los cortes mínimos listados anteriormente serán la causa de la salida del nodo pozo  $P$  del grafo de la figura B.13.





---

---

# APÉNDICE C

## TEORÍA DE OPTIMIZACIÓN CLÁSICA

### C.1 INTRODUCCIÓN

Óptimo, optimizar y optimización son términos mal usados. Sin embargo, el concepto de optimización y las técnicas que se utilizan para lograrlo son muy poderosos, poca gente entiende de verdad sus implicaciones y puede aplicarlas de una manera rigurosa y sistemática, la optimización del sistema siempre ha sido un tema favorito de academia, pero hasta hace poco ha tenido una pequeña aplicación en los sistemas de distribución. Con el incremento exponencial de computadoras de mayor capacidad, se han aplicado técnicas de optimización para resolver problemas de confiabilidad en sistemas de distribución, dando resultados eficientes y satisfactorios, garantizando una comprensión más profunda del concepto de optimización [26].

La meta de optimización de sistemas es minimizar una función objetivo sin violar cualquier restricción. Por supuesto, para hacer esto, una función objetivo apropiada debe definirse y todas las restricciones aplicables deben identificarse; además, la función objetivo debe ser calculable y todas las restricciones deben declararse para todas las posibles soluciones, que son caracterizadas por un conjunto de variables controladas [17,38].

El objetivo de un problema de optimización es identificar un conjunto de variables factibles que minimicen la función objetivo. La función objetivo puede ser cualquier combinación de fórmulas, algoritmo o procedimiento extenso que devuelva un solo valor por cada posible combinación de parámetros, también pueden formularse funciones objetivo para ser

---

---

maximizadas, pero en la optimización de confiabilidad de sistemas en distribución típicamente son costos e interrupciones. Se definen soluciones factibles, como soluciones que satisfacen todas las restricciones de igualdad y no violan restricciones de desigualdad. Para la confiabilidad en sistemas de distribución, los problemas de optimización generalmente toman una de dos formas [26]:

- La primera es para minimizar los costos mientras satisfacen todas las restricciones de confiabilidad.
- La segunda es para minimizar el costo ocasionado al cliente por interrupciones de energía sujeto a restricciones.

## C.2 TÉRMINOS USADOS EN OPTIMIZACIÓN

Es importante definir algunos términos que se utilizan en la formulación de problemas de optimización [26,39]

*Variables de optimización.*- Es un conjunto de variables que describen posibles soluciones a un problema de optimización. Una o más combinaciones de variables de optimización corresponden a cada solución posible y todas las otras combinaciones corresponden a soluciones imposibles.

*Intervalo de solución.*-Todas las posibles combinaciones de variables de optimización. Un intervalo de solución puede ser dividido en un intervalo de solución factible y en un intervalo de solución no factible, cada uno de los cuales puede estar próximo o no.

*Función objetivo.*- Una expresión matemática, a veces llamada un criterio, que indica la calidad relativa de una solución posible corresponde a una combinación de variables de optimización. Los estándares se ejercen para definir funciones objetivos para que los valores más bajos sean más deseables que los valores más altos.

---

---

*Restricción.*- Una expresión matemática que corresponde a la posibilidad de una solución factible de un caso en particular. Las restricciones son típicamente categorizadas en restricciones de igualdad y restricciones de desigualdad, la restricción de desigualdad que típicamente se formula para que los valores factibles sean menores o igual a un valor del inicio.

*Restricción de descanso.*- Una restricción flexible que se viola a propósito, típicamente para facilitar la solución del intervalo de investigación, o para identificar la solución factible, que por otra parte, tiene valores de la función objetivos deseables.

*Restricción de ligamiento.*- Una restricción de desigualdad que está en su valor inicial por una combinación particular de variables de optimización.

*Factor de penalización.*- Un número que es agregado a la función objetivo donde una restricción es agregada para ser violada. El factor de penalización puede ser constante o puede variar basado en el grado de violación. Los factores de penalización grandes son frecuentemente usados para restricciones que no serán descansadas y los factores de penalización pequeños son frecuentemente usados para restricciones que pueden tener descanso.

*Óptimo local.*- Una solución que producirá un valor de la función objetivo errónea si cualquier variable de optimización se interrumpe.

*Óptimo global.*- La mejor solución que proporciona el valor de la función objetivo cuando se compara a todas las otras soluciones con la solución factible del intervalo.

*Programación matemática.*- El estudio de problemas que buscan perfeccionar una función de variables sujeto a una restricción. El termino programación no se refiere a programar computadoras, y se arraigó antes de que la palabra se volviera ampliamente asociada con el desarrollo de software de computadoras.

---

---

*Programación Lineal.*- El estudio de problemas de optimización con una función objetivo lineal y restricción lineal. Los problemas de programación lineal tiene intervalos de soluciones convexas y métodos muy conocidos son capaces de garantizar un óptimo global.

*Programación cuadrática.*- El estudio de problemas de optimización con una función objetivo cuadrática y restricción lineal. Los problemas de programación cuadrática tienen intervalos de solución convexas y los métodos de solución conocidos generalmente pueden garantizar el óptimo global, pero es más ligado del cómputo intensivo que aquéllos que se usan para la programación lineal.

*Programación no lineal.*- El estudio de problemas de optimización donde por lo menos una de las funciones (objetivo o restricción) no varíe linealmente con todas las variables de optimización, a menos que la convexidad del intervalo de solución pueda demostrarse. Los métodos de la solución generalmente no pueden garantizar un óptimo global para los problemas de programación no-lineal.

*Programación entera.*- El estudio de problemas de optimización con variables de optimización discreta.

*Programación entera mixta.*- El estudio de problema de optimización con ambas variables de optimización: continuas y discretas.

La discusión de formulaciones se dan en las referencias [21,22,28].

### **C.3 TÉCNICAS PARA DETERMINAR LA CONFIABILIDAD ÓPTIMA DE SISTEMAS**

A continuación se hace mención de los métodos de optimización más utilizados para confiabilidad de sistemas [23,38]:

- Programación entera
- Programación dinámica
- Principio del máximo
- Programación lineal

- 
- 
- Programación no lineal
  - Programación geométrica
  - Técnica secuencial de minimización no restringida (TSMNR)
  - Patrón de búsqueda simplex secuencial modificado
  - Método de la función Lagrangiana generalizada
  - Método generalizado de reducción de gradiente (MGRG)
  - Aproximaciones heurísticas
  - Aproximaciones paramétricas
  - Programación pseudo-booleana
  - Misceláneo

La programación dinámica [1] tiene dificultades de dimensión cuando aumenta el número de variables de estado, y esto es una dificultad para resolver problemas con más de tres restricciones. La programación geométrica [1,40] se restringe a problemas que son formulados por funciones posinomiales (polinomios positivos generalizados).

La técnica secuencial de minimización no restringida (TSMNR) [1], el método generalizado de reducción de gradiente (MGRG) [28], patrón de búsqueda simplex secuencial modificado [17], y el método de la función Lagrangiana generalizada [1,40] son probablemente las pocas técnicas que han demostrado efectividad cuando se aplican a problemas de programación no lineal de gran tamaño. Sin embargo, las soluciones no son enteras, aunque la solución sea la óptima, debería ser entera y esto no es garantizado.

La evolución es un proceso de optimización que se simula usando una computadora u otro dispositivo. El interés de estas simulaciones se ha incrementado dramáticamente en años recientes. Las aplicaciones se han desarrollado para remplazar tecnologías convencionales en los sistemas de potencia, reconocimiento de patrones, control de sistemas, y otras áreas diversas.

---

---

Las tres áreas de investigación en la evolución simulada son [41]:

- Estrategias de evolución.
- Programación evolutiva.
- Algoritmos genéticos (con esfuerzos relacionados en programación genética y clasificación de sistemas).

Las áreas anteriores se aplican a la solución de problemas prácticos, empezando con una población de soluciones que se obtienen a través de experimentos. Las nuevas soluciones se crean aleatoriamente de las soluciones existentes. Una medida del objetivo es evaluar la “ajustabilidad” o “error” de cada solución experimental, y el mecanismo de selección determina qué solución se debe mantener como “padre” para la siguiente generación. La diferencia entre los procedimientos se caracterizan por el tipo de alteraciones que se imponen en las soluciones para crear descendencias (hijos), los métodos se emplean para seleccionar nuevos padres, y las estructuras de datos se usan para representar las soluciones. Estas diferencias son menores comparadas con aproximaciones similares.

Muchos de los problemas de optimización se plantean como problemas de programación entera no lineal, presentando dificultad para su solución, debido a que las soluciones deben ser enteras. Muchos algoritmos se han propuesto, sólo que pocos han demostrado efectividad cuando se aplican a problemas de programación no lineal de gran escala [38]. Ninguno prueba superioridad sobre otro, de modo que ninguno se clasifica como el algoritmo para resolver problemas de programación no lineal [42].

Aunque la programación entera [1] lleva a soluciones enteras, la transformación de funciones objetivo no lineales y restricciones dentro de una forma lineal es de difícil aplicación.

Dentro de la programación entera no lineal se encuentran los métodos de búsqueda directa y los métodos de bisección [1] que son empleados para el desarrollo de esta tesis por presentar resultados eficientes, (ver sección C.7).

La teoría de optimización clásica considera el uso de cálculo diferencial para determinar puntos de máximos y mínimos (extremos) para funciones restringidas y no restringidas. Los métodos expuestos pueden no ser adecuados para cálculos numéricos eficientes. Sin embargo, la teoría subyacente proporciona la base para visualizar la mayoría de los algoritmos de programación no lineal [1,33,43,44].

#### C.4 PROBLEMAS DE EXTREMOS NO RESTRINGIDOS

Un punto extremo de una función  $f(x)$  define un máximo o un mínimo de la función. Matemáticamente, un punto  $X_0 = (x_1, \dots, x_j, \dots, x_n)$  es un máximo si

$$f(X_0 + h) \leq f(X_0) \quad (\text{C.1})$$

para toda  $h = (h_1, \dots, h_j, \dots, h_n)$  tal que  $|h_j|$  es suficientemente pequeña para toda  $j$ . En otras palabras,  $X_0$  no excede a  $f(X_0)$ . En forma similar,  $X_0$  es un mínimo si para  $h$ , tal como se definió anteriormente,

$$f(X_0 + h) \geq f(X_0) \quad (\text{C.2})$$

La figura C.1 ilustra el máximo y el mínimo de una función de una sola variable  $f(x)$  sobre el intervalo  $[a, b]$ . El intervalo  $a \leq x \leq b$  no significa que haya restricciones sobre  $f(x)$ . Los puntos  $x_1, x_2, x_3, x_4$  y  $x_6$  son extremos de  $f(x)$ . Esto incluye a  $x_1, x_3$  y  $x_6$  como máximos, y  $x_2, x_4$  como mínimos, ya que:

$$f(x_6) = \text{máx}\{f(x_1), f(x_3), f(x_6)\} \quad (\text{C.3})$$

donde  $f(x_6)$  se conoce como máximo global o absoluto, mientras que  $f(x_1)$  y  $f(x_3)$  son máximos locales restantes en que el valor de  $f$  correspondiente a por lo menos un punto en el entorno de  $x_1$  es igual a  $f(x_1)$ . En este aspecto,  $x_1$  se llama **máximo débil** comparado con  $x_3$ , por ejemplo, donde  $f(x_3)$  define un **máximo fuerte**.

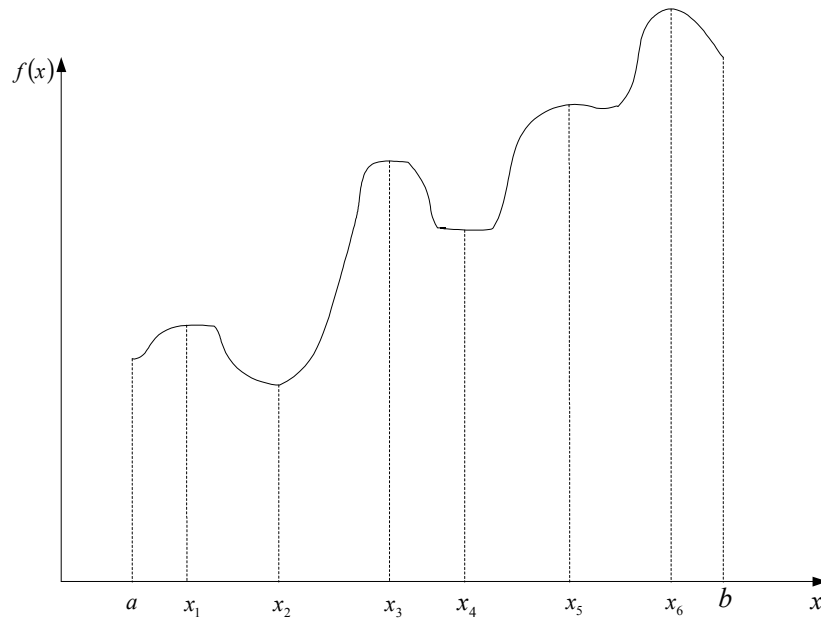


FIGURA C.1 Máximos y mínimos de una función

Un máximo débil por consiguiente, implica un número infinito de máximos alternativos. Pueden obtenerse resultados similares para el mínimo débil en  $x_4$ . En general,  $X_0$  es un máximo débil si  $f(X_0 + h) \leq f(X_0)$ , y un máximo fuerte si  $f(X_0 + h) < f(X_0)$ , donde  $h$  es tal como se definió anteriormente.

Una observación interesante acerca de los extremos en la figura C.1 es que la primera derivada de  $f$  (pendiente) se anula en estos puntos. Sin embargo, esta propiedad no es única de los extremos. Por ejemplo, la pendiente  $f'(x)$  en  $x_5$  es cero.

Debido a que una primera derivada que se hace cero (generalmente, el gradiente) tiene un papel importante en la identificación de los máximos y mínimos, es esencial definir de manera separada puntos tales como  $x_5$ . Estos puntos se conocen como **de inflexión** (o en casos especiales, **de silla**). Si un punto con pendiente cero (gradiente) no es un extremo (máximo o mínimo), entonces debe ser, automáticamente, un punto de inflexión.



---



---

## C.5 CONDICIONES NECESARIAS Y SUFICIENTES PARA EXTREMOS

Se desarrollan teoremas para establecer condiciones necesarias y suficientes para que tenga extremos una función  $f(X)$  de  $n$  variables. Se supone que las primeras y segundas derivadas parciales de  $f(X)$  son continuas en cada  $X$ .

**Teorema C.1.** *Una condición necesaria para que  $X_0$  sea un punto extremo de  $f(X)$  es que:*

$$\nabla f(X_0) = 0 \quad (\text{C.4})$$

DEMOSTRACIÓN: Por el teorema de Taylor para  $0 < \theta < 1$ ,

$$f(X_0 + h) - f(X_0) = \nabla f(X_0)h + \left(\frac{1}{2}\right)h^T Hh \Big|_{x_0 + \theta h} \quad (\text{C.5})$$

donde  $h$  se definió anteriormente.

Para un  $|h_j|$ , suficientemente pequeño, el término restante  $\left(\frac{1}{2}\right)(h^T Hh)$  es del orden  $h_j^2$ , y por tanto, el desarrollo anterior puede aproximarse por:

$$f(X_0 + h) - f(X_0) = \nabla f(X_0)h + o(h_j^2) \cong \nabla f(X_0)h \quad (\text{C.6})$$

Suponga ahora que  $X_0$  es un punto de mínimo. Se muestra por contradicción que  $\nabla f(X_0)$  debe anularse. Pero supongamos que esto no sucede; entonces para un  $j$  específico, se debe tener que:

$$\frac{\partial f(X_0)}{\partial x_j} < 0 \text{ o bien, } \frac{\partial f(X_0)}{\partial x_j} > 0 \quad (\text{C.7})$$

Seleccionando  $h_j$  con signo apropiado siempre es posible tener:

$$h_j \frac{\partial f(X_0)}{\partial x_j} < 0 \quad (\text{C.8})$$

Haciendo todas las otras  $h_j$  iguales a cero, el desarrollo en serie de Taylor da:

$$f(X_0 + h) < f(X_0) \quad (\text{C.9})$$

Esto contra la hipótesis de que  $X_0$  es un punto de mínimo. Consecuentemente,  $\nabla f(X_0)$  tiene que ser nulo. Una prueba similar puede establecerse para el caso de maximización.

La conclusión del teorema anterior es que, en cualquier punto de extremo, la condición  $\nabla f(X_0) = 0$ , debe satisfacerse; esto es, el vector gradiente debe ser nulo.

Para funciones con una variable solamente (digamos,  $y$ ), la condición anterior se reduce a:

$$f'(y_0) = 0$$

Como se estableció anteriormente, la condición se satisface también para los puntos de silla y de inflexión. En consecuencia, estas condiciones son necesarias pero no suficientes para identificar los puntos extremos. Por esto, es más apropiado referirse a los puntos obtenidos a partir de la solución de:

$$\nabla f(X_0) = 0$$

como **puntos estacionarios**. El teorema siguiente establece las condiciones de suficiencia para que  $X_0$  sea un punto extremo.

**TEOREMA C.2.** *Una condición suficiente para que un punto estacionario  $X_0$  sea extremo es que la matriz hessiana (o de Hesse)  $\mathbf{H}$  evaluada en  $X_0$  sea:*

- (i) *definida positiva cuando  $X_0$  es un punto de mínimo, y*
- (ii) *definida negativa cuando  $X_0$  es un punto de máximo.*

DEMOSTRACIÓN: Por el teorema de Taylor, para  $0 < \theta < 1$ , (ecuación 2)

$$f(X_0 + h) - f(X_0) = \nabla f(X_0)h + \left(\frac{1}{2}\right)h^T Hh \Big|_{x_0 + \theta h}$$

Ya que  $X_0$  es un punto estacionario, por el teorema 1-1,  $\nabla f(X_0) = 0$ . Por consiguiente,

$$f(X_0 + h) - f(X_0) = \left(\frac{1}{2}\right)h^T Hh \Big|_{x_0 + \theta h} \quad (\text{C.10})$$

Sea  $X_0$  un punto mínimo; entonces por definición,

$$f(X_0 + h) > f(X_0) \quad (\text{C.11})$$

para toda  $h$  diferente de cero. Esto significa que para que  $X_0$  sea un mínimo, debe ser cierto que:

$$\left(\frac{1}{2}\right)h^T Hh \Big|_{x_0 + \theta h} > 0 \quad (\text{C.12})$$

Sin embargo, la continuidad de la segunda derivada parcial garantiza que la expresión  $\left(\frac{1}{2}\right)h^T Hh$  debe proporcionar el mismo signo cuando se evalúa tanto en  $X_0$  como en  $X_0 + \theta h$ . Ya que  $h^T Hh \Big|_{x_0}$  define una forma cuadrática esta expresión (y por tanto  $h^T Hh \Big|_{x_0 + \theta h}$ ) es positiva si, y sólo si,  $H \Big|_{x_0}$  es positiva definida. Esto significa que una condición suficiente para que el punto estacionario  $X_0$  sea de mínimo es que la matriz hessiana evaluada en el mismo punto sea positiva

definida. Puede establecerse una prueba similar para el caso de maximización a fin de mostrar que la matriz Hesse correspondiente es definida negativa.

### Ejemplo C.1

Considérese la función

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 + 2x_3 + x_2x_3 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2$$

La condición necesaria

$$\nabla f(X_0) = 0 \quad \therefore$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = 1 - 2x_1 = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_2} = x_3 - 2x_2 = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_3} = 2 - x_2 - 2x_3 = 0$$

La solución de estas ecuaciones simultáneas está dada como

$$X_0 = \left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right)$$

Para establecer la suficiencia, considere que

$$H|_{x_0} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_3} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_3} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_3 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_3 \partial x_2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_3^2} \end{pmatrix}_{x_0} = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Los menores principales del determinante de  $H|_{x_0}$  tiene los valores -2, 4 y -6, respectivamente. Por consiguiente,  $H|_{x_0}$  es negativa definida y  $X_0 = (\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3})$  representa un punto de máximo.

## C.6 MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON

Una desventaja de utilizar la condición necesaria  $\nabla f(X) = 0$  para determinar puntos estacionarios es la dificultad de resolver numéricamente las ecuaciones necesarias resultantes. El método de Newton-Raphson es un procedimiento iterativo para resolver ecuaciones simultáneas no lineales. Aunque el método se presenta en este contexto, realmente es parte de los métodos conocidos como **métodos de gradiente** para optimizar numéricamente funciones no restringidas, irrestrictas.

$$f_i(X) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (\text{C.13})$$

Sea  $X^k$  un punto dado. Entonces por el desarrollo de Taylor

$$f_i(X) \cong f_i(X^k) + \nabla f_i(X^k)(X - X^k), \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (\text{C.14})$$

Por consiguiente, las condiciones originales pueden aproximarse por:

$$f_i(X^k) + \nabla f_i(X^k)(X - X^k) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (\text{C.15})$$

Estas ecuaciones pueden escribirse en notación matricial como

$$A_k + B_k(X - X^k) = 0 \quad (\text{C.16})$$

Bajo la hipótesis de que todas las  $f_i(X)$  son independientes  $B_k$  necesariamente es no singular. Por consiguiente la ecuación (C.13) proporciona:

$$X = X^k - B_k^{-1} A_k$$

---

---

La idea del método es comenzar desde un punto inicial  $X^0$ . Utilizando la ecuación anterior, siempre puede determinarse un nuevo punto  $X^{k+1}$  a partir de  $X^k$ . El procedimiento finaliza con  $X^m$  como la solución cuando  $X^m \cong X^{m-1}$ .

## C.7 ALGORITMOS NO LINEALES IRRESTRICITOS

Se presentan dos algoritmos para el problema no restringido: el algoritmo de búsqueda directa y el algoritmo de gradiente. Como lo evidencian los nombres, el primer algoritmo localiza el óptimo por búsqueda directa sobre una región específica, y el segundo utiliza el gradiente de la función para encontrar el óptimo.

### C.7.1 Método de búsqueda directa

Los métodos de búsqueda directa se han desarrollado principalmente para funciones de una sola variable. Aunque esto puede parecer trivial desde el punto de vista práctico, la optimización de funciones de una sola variable puede evolucionar como parte de los algoritmos para funciones de varias variables.

La idea general de métodos de búsqueda directa es muy simple. Primero, se identifica un intervalo (llamado intervalo de incertidumbre) que se sabe incluye el óptimo. Entonces, sistemáticamente se reduce el tamaño del intervalo en una forma de onda que garantice que el óptimo no se pierde. El procedimiento no determina el óptimo exacto, pero en lugar de esto minimiza la longitud del intervalo que incluye el punto óptimo. Teóricamente, la longitud del intervalo que incluye el óptimo puede hacerse tan pequeña como se desee.

### C.7.2 Método del gradiente

Este método es eficiente para optimizar funciones continuas que son dos veces diferenciales. La idea general es generar puntos sucesivos comenzando en un punto inicial dado, en la dirección del aumento más rápido (maximización) de la función. Esta técnica se conoce como *método del*

*gradiente* porque el gradiente de la función en un punto es lo que indica la tasa más rápida de aumento.

Un ejemplo es el método de Newton-Raphson. El procedimiento se basa en resolver las ecuaciones simultáneas que representan la solución necesaria para optimalidad, simplemente  $\nabla f(X) = 0$ .

Otra técnica es el método de la *cuesta de mayor pendiente*. La terminación del método de gradiente se efectúa en el punto donde el vector gradiente se anula. Ésta es solamente una condición necesaria de optimalidad. Por consiguiente, se destaca que la optimalidad no puede verificarse a menos que se conozca *a priori* que  $f(X)$  es cóncava o convexa.

Suponga que se maximiza  $f(X)$ . Sea  $X^0$  el punto inicial desde el cual comienza el procedimiento y defina  $\nabla f(X^k)$  como el gradiente de  $f$  en el punto  $k$  de  $X^k$ . La idea del método es determinar una ruta particular  $p$  a lo largo de la cual  $\frac{df}{dp}$  se maximiza en el punto dado. Este resultado se logra si se seleccionan puntos sucesivos  $X^k$  y  $X^{k+1}$  tales que

$$X^{k+1} = X^k + r^k \nabla f(X^k) \quad (\text{C.17})$$

donde  $r^k$  es un parámetro llamado tamaño de paso óptimo.

El parámetro  $r^k$  se determina de modo que  $X^{k+1}$  resulta en la mejora más grande en  $f$ . En otras palabras, si una función  $h(r)$  se define de manera que

$$h(r) = f[X^k + r \nabla f(X^k)] \quad (\text{C.18})$$

$r^k$  es el valor de  $r$  que maximiza  $h(r)$ . Ya que  $h(r)$  es una función de una sola variable, el método de búsqueda directa se puede utilizar para encontrar el óptimo, siempre y cuando  $h(r)$  sea estrictamente unimodal.

---

---

El procedimiento propuesto termina cuando dos puntos sucesivos de ensayo  $X^k$  y  $X^{k+1}$  son aproximadamente iguales. Lo anterior equivale a tener

$$r^k \nabla f(X^k) \cong 0 \quad (\text{C.19})$$

Con la hipótesis de que  $r^k \neq 0$ , la cual siempre será cierta a menos que  $X_0$  sea el óptimo de  $f(x)$ , esto es equivalente a la condición necesaria  $\nabla f(X^k) = 0$ .



---

---

# APÉNDICE D

## ESTRUCTURA Y CÓDIGO FUENTE DEL PROGRAMA DIGITAL

### D.1 DESCRIPCIÓN DEL PROGRAMA DIGITAL

Primeramente se describe el programa digital y en la sección D.2 se explica como introducir los datos para ser ejecutado.

El programa digital cuenta con un programa principal llamado “BERNOULLI” donde se lleva a cabo la localización óptima de dispositivos de desconexión para la planeación de sistemas de distribución radial. El programa está escrito en lenguaje FORTRAN.

El programa principal llamado “BERNOULLI” se compone de un programa principal y dos subrutinas, como se muestra en la figura D.1.

En el programa principal “BERNOULLI” se tienen las declaraciones de variables globales y vectores para facilitar su dimensionamiento. En este programa principal se hacen todas las combinaciones posibles mediante el método de Bernoulli de todos los dispositivos de desconexión candidatos a ser evaluados utilizando el método de optimización (búsqueda por bisección) [20].

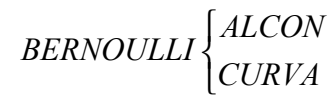


Figura D.1 Organigrama del programa digital “BERNOULLI”

## D.2 DESCRIPCIÓN DE LAS SUBRUTINAS ALCON Y CURVA

La subrutina ALCON obtiene básicamente los cortes mínimos de primer orden para cada nodo de carga en análisis, evaluando la confiabilidad total del sistema, esta subrutina tiene la función de leer los datos del grafo modelador como se describe en [25]. Los detalles adicionales de este programa (subrutina para esta tesis) se describen en [37]. Cabe mencionar que esta subrutina es llamada mediante el comando RUNQQ que sirve para citar el programa ejecutable (.EXE) de otro programa principal (para este caso en la subrutina “ALCON”).

La subrutina “CURVA” evalúa los costos de cada combinación mediante el uso de la curva de daño al consumidor que se describe en la sección 4.2.2.

## D.3 DATOS PARA EJECUTAR EL PROGRAMA DIGITAL

Los datos del programa principal BERNOULLI son tomados de los archivos llamados BER.DAT e ICOST.DAT.

En el archivo BER.DAT se leen los datos de la curva de daño al consumidor mediante los siguientes parámetros:

NSEC:= Número de dispositivos de desconexión en el grafo modelador (Localizaciones posibles).

SEC(i):= Almacena los dispositivos de desconexión de acuerdo al rotulo del grafo modelador, donde  $i=1,NSEC$ .

---

---

NPUNTOS:= Numero de puntos de la Curva de daño al consumidor compuesta.

CURV(i):= Almacena el costo en dólares por el tiempo de interrupción a clientes, donde  $i=1, NPUNTOS$ .

El archivo ICOST.DAT es generado por la subrutina ALCON (se llama por medio del programa principal “BERNOULLI”) que básicamente son los resultados de la evaluación de confiabilidad para un caso particular en el proceso de optimización y es utilizada por la subrutina CURVA.

NP:= Lee el número de nodos de carga (nodos pozo según el grafo modelador).

NODOS\_POSIB(i):= Almacena los nodos de carga del grafo modelador, donde  $i=1, NP$ .

CARGA\_NP(i):= Almacena la carga en MW del nodo pozo, donde  $i=1, NP$ .

NE:= Es el número total de nodos del grafo modelador.

INDE1(i,j):= Almacena la tasa de falla ( $\lambda$ ) de todos los nodos del grafo ( $j=1, NE$ ) que pueden fallar, tal que inciden a cada nodo pozo del grafo ( $i=1, NP$ ).

INDE2(i,j):= Almacena el tiempo de reparación ( $r$ ) de todos los nodos del grafo ( $j=1, NE$ ) que pueden fallar, tal que inciden a cada nodo pozo del grafo ( $i=1, NP$ ).

El archivo BERNOULLI.SAL es generado por el programa principal “BERNOULLI” que obtiene una combinación de dispositivos de desconexión mediante el proceso de optimización, posteriormente se evalúa la confiabilidad mediante la subrutina “ALCON”:

NSEC:= Número de dispositivos de desconexión a ser localizadas por el proceso de optimización.

$A(i,j)$  := Almacena el vector binario que indica la presencia (1's) o no presencia (0's) de dispositivos de desconexión en las posibles localizaciones dentro del grafo modelador; donde  $i=1, NDUM$ , para  $NDUM$ = todas las posibles combinaciones de Bernoulli [20] y  $j=1,NSEC$ .

$SEC(i)$ := Almacena el número correspondiente al nodo del grafo modelador donde existe posibilidad de asignación de dispositivos de desconexión.

#### **D.4 FORMATOS DE ARCHIVOS DE ENTRADA Y SALIDA**

Para ejemplificar el formato de archivos de entrada se toman los datos del ejemplo descrito en la sección 4.2.1.

En el archivo DIS.DAT se lee por la subrutina “ALCON”, básicamente contiene la información del grafo modelador y los parámetros de confiabilidad (Tasa de falla, tiempo de reparación y/o tiempo de seccionalización “switchero”) de cada nodo del grafo. El detalle de este archivo se describe en la tabla D.1. Los datos para este archivo se dan en formato libre.

El archivo DIS.SAL es generado por la subrutina “ALCON”, arroja los resultados de la evaluación de confiabilidad para una posible localización de dispositivos de desconexión del proceso de optimización [13].

El archivo RESU.SAL arroja los resultados del proceso de optimización, que posteriormente sirve para generar las tablas y gráficas de resultados que se elaboran de forma manual, en la tabla D.2 se muestra el listado de este archivo.



Sistema de prueba 1				
MATRIZ				
0	0	0	0	0
1	0	0	0	0
0	1	0	0	0
1	1	0	0	0
0	0	1	0	0
1	0	1	0	0
0	1	1	0	0
1	1	1	0	0
0	0	0	0	1
1	0	0	0	1
0	1	0	0	1
1	1	0	0	1
0	0	1	0	1
1	0	1	0	1
0	1	1	0	1
1	1	1	0	1
0	0	1	1	1
1	0	1	1	1
0	1	1	1	1
1	1	1	1	1

Caso 1, no hay suministro alternativo

No. de DD	Costo	Posición en la Matriz
0	1326966.	1
1	1291112.	5
2	1273876.	7
3	1275258.	15
4	1295258.	16

Tabla D.2 Archivo de salida RESU.SAL de la red radial en estudio de la sección 4.2.1

El archivo RESU.SAL que se muestra en la tabla D.2 es obtenido por el método de búsqueda directa, por lo tanto, se tiene que identificar por inspección el evento más económico, siendo éste la solución. Observamos en la tabla D.2 que la instalación de 2 DD es la más económica con un costo total de \$1, 273,876.00 dólares y la localización de los DD se encuentra posicionada en el renglón número 7 de la matriz de combinaciones de Bernoulli para 4 DD, donde la primer columna representa el DD<sub>1</sub>, la segunda el DD<sub>2</sub> y así sucesivamente, para este ejemplo nuestra matriz nos indica que se tienen que instalar los DD<sub>2</sub> y DD<sub>3</sub>. Recordemos que los 0's nos indican la ausencia de los DD y los 1's la presencia de los mismos.

## D.4 CÓDIGO FUENTE “BERNOULLI”

```

! Programa Para Localización Óptima De Dispositivos De
Desconexión En La Planeación De Sistemas De Distribución Radial.

PROGRAM BERNOULLI

INTEGER : NSEC, NPUNTOS, NP, NE

INTEGER, DIMENSION(1) :: NR

INTEGER, DIMENSION(100) :: SEC

INTEGER, DIMENSION(32800,20) :: A

REAL, DIMENSION(100) :: CURV

REAL, DIMENSION(500,32800) :: INDE1, INDE2

REAL, DIMENSION(0:32800) :: CARGA_NP, ICOST1

REAL, DIMENSION(32800) :: COSTV

INTEGER, DIMENSION(0:32800) :: NODOS_POSIB, NPOSIA,
NPOSI_A

INTEGER, DIMENSION(0:100) :: KM,KME

!NODOS DONDE POSIBLEMENTE SE CONECTE UN
SECCIONALIZADOR

INTEGER(2) RESULT

INTEGER(4) frequency, duration

INTEGER i,j,k,m
real n,h,x
OPEN(8,FILE='BER.DAT')
OPEN(2000,FILE='RESU.SAL')

READ(8,*)NSEC !Número de dispositivos de desconexión en el
grafo modelador
!(Localizaciones posibles)

READ(8,*)(SEC(I),I=1,NSEC) ! SEC(I) Almacena los dispositivos de
desconexión de acuerdo
! al rotulo del grafo modelador
READ(8,*)NPUNTOS !Número de puntos de la Curva de daño al
consumidor compuesta

READ(8,*)(CURV(I),I=1,NPUNTOS)

CLOSE(8)

NDUM=2**NSEC

a=0
do i=1,NDUM
  j=i-1
  x=j
  do k=NSEC,1,-1
    h=x/2
    m=int(h)
    n=h-m
    if(n.eq.0.0)then
      a(i,k)=0
      if(m.gt.0)then
        x=m
        goto 50
      else
        goto 100
      end if
    else
      if(n.eq.0.5)then
        a(i,k)=1
        if(m.gt.0)then
          x=m
          goto 50
        else
          goto 100
        end if
      else
        end if
    end if
  end do
  50 end do
  100 end do

```



```

                                PAUSE
                                STOP
PRINT*,'TERMINA EXPERIMENTOS DE BERNOULLI'
                                END IF

                                OPEN(8000,FILE='ICOST.DAT')

COSTV=0
ICOST1=0.0
                                READ(8000,*)NP
                                READ(8000,*)(NODOS_POSIB(IK),IK=1,NP)
                                READ(8000,*)(CARGA_NP(IK),IK=1,NP)
                                READ(8000,*)NE
                                DO IK=1,NP
                                READ(8000,*)(INDE1(IK,JK),JK=1,NE)
                                END DO
                                DO IK=1,NP
                                READ(8000,*)(INDE2(IK,JK),JK=1,NE)
                                END DO

DO II=0,NSEC
                                CLOSE(8000)

                                NCO=II ! Marca el número de dispositivos de desconexión a ser
                                localizados
                                PRINT*,'SE BUSCAN ',NCO, 'DISPOSITIVOS'
                                CALL
                                CURVA(NPUNTOS,CURV,NP,CARGA_NP,NE,INDE1,INDE2,KK
                                K,COSTV)

                                NPOSIA(KKK)=I
                                END IF

                                NETIC=0

                                END DO

                                IF(NCO == NETIC)THEN

                                KKK=KKK+1
                                open(unit=19,file='bernoulli.sal')
                                WRITE(19,*)NSEC
                                write(19,*)(a(i,j),J=NSEC,1,-1)
                                WRITE(19,*)(SEC(K),K=1,NSEC)

                                CLOSE(19)

                                RESULT=RUNQQ('ALCON', '-c -r')
                                IF(RESULT /= 0)THEN
                                WRITE(*,('FALLA EN EL PROGRAMA ALCON'))
                                PRINT*,I
                                CALL BEEPQQ(frequency, duration)

                                WRITE(2000,*)I,ICOST1(I),NPOSI_A(I)

                                END DO

                                DO I=0,NSEC
```





```
END DO WRITE(*,("FALLA EN EL PROGRAMA ALCON"))
PRINT*,I
CALL BEEPQQ(frequency, duration)
KM1=0 PAUSE
KM2=NSEC STOP
END IF

20000 CONTINUE OPEN(8000,FILE='ICOST.DAT')

READ(8000,*)NP
KM3=INT((KM2-KM1)/2) READ(8000,*)(NODOS_POSIB(IK),IK=1,NP)
READ(8000,*)(CARGA_NP(IK),IK=1,NP)
READ(8000,*)NE
COSTV=0 DO IK=1,NP
READ(8000,*)(INDE1(IK,JK),JK=1,NE)
NETIC=0 ! Contador para verificar número de dispositivos de
desconexión de una combinación posible de la matriz "a" END DO
DO IK=1,NP
READ(8000,*)(INDE2(IK,JK),JK=1,NE)
END DO
NCO=KM3 CLOSE(8000)

IF(ICOST1(NCO) == 0.0)THEN CALL
CURVA(NPUNTOS,CURV,NP,CARGA_NP,NE,INDE1,INDE2,KK
K,COSTV)

KKK=0 NPOSIA(KKK)=I
DO I=1,NDUM
DO JJ=NSEC,1,-1
IF(A(I,JJ) == 1)NETIC=NETIC+1
END DO
END IF
IF(NCO == NETIC)THEN NETIC=0
END DO
KKK=KKK+1
open(unit=19,file='bernoulli.sal')
WRITE(19,*)NSEC
write(19,*)(a(i,j),J=NSEC,1,-1)
WRITE(19,*)(SEC(K),K=1,NSEC)
NR=MINLOC(COSTV(1:KKK))
ICOST1(NCO)=COSTV(NR(1))+(NCO*4834.28)
CLOSE(19)
NPOSI_A(NCO)=NPOSIA(NR(1))
RESULT=RUNQQ('ALCON', '-c -r')
PRINT*,ICOST1(NCO), NPOSI_A(NCO)
IF(RESULT /= 0)THEN
```



```
END IF

IF((ICOST1(KM3) < ICOST1(KM1)) .AND. (ICOST1(KM3) >
ICOST1(KM2)))THEN

    KM1=KM3

ELSE IF((ICOST1(KM3) > ICOST1(KM1)) .AND. (ICOST1(KM3) <
ICOST1(KM2)))THEN

    KM2=KM3

ELSE

    KM4=KM3+1
    COSTV=0

    NETIC=0 ! Contador para verificar número de dispositivos de
desconexión de una combinación posible de la matriz "a"

    NCO=KM4

    IF(ICOST1(NCO) == 0.0)THEN
        KKK=0
        DO I=1,NDUM

            DO JJ=NSEC,1,-1
                IF(A(I,JJ) == 1)NETIC=NETIC+1
            END DO
            IF(NCO == NETIC)THEN

                KKK=KKK+1
                open(unit=19,file='bernoulli.sal')

                WRITE(19,*)NSEC
                write(19,*)(a(i,j),j=NSEC,1,-1)
                WRITE(19,*)(SEC(K),K=1,NSEC)

                CLOSE(19)

                RESULT=RUNQQ('ALCON', '-c -r')
                IF(RESULT /= 0)THEN
                    WRITE(*,('FALLA EN EL PROGRAMA ALCON'))
                    PRINT*,I
                    CALL BEEPQQ(frequency, duration)
                    PAUSE
                    STOP
                END IF

                OPEN(8000,FILE='ICOST.DAT')

                READ(8000,*)NP
                READ(8000,*)(NODOS_POSIB(IK),IK=1,NP)
                READ(8000,*)(CARGA_NP(IK),IK=1,NP)
                READ(8000,*)NE
                DO IK=1,NP
                    READ(8000,*)(INDE1(IK,JK),JK=1,NE)
                END DO
                DO IK=1,NP
                    READ(8000,*)(INDE2(IK,JK),JK=1,NE)
                END DO

                CLOSE(8000)

                CALL
CURVA(NPUNTOS,CURV,NP,CARGA_NP,NE,INDE1,INDE2,KK
K,COSTV)

                NPOSIA(KKK)=I
            END IF

            NETIC=0

        END DO

        NR=MINLOC(COSTV(1:KKK))

        ICOST1(NCO)=COSTV(NR(1))+(NCO*4834.28)

        NPOSI_A(NCO)=NPOSIA(NR(1))
    END IF
```

```

IF(ICOST1(KM4) == ICOST1(KM3))THEN

    KM1=KM3+2

    IF(KM2 < KM1)THEN

        WRITE(*,*)'MAS ECONOMICO 1',
KM1,KM2,KM3,KM4,KM4+1
        WRITE(*,*)ICOST1(KM4),NPOSI_A(KM4)

        PAUSE
        STOP
    END IF
    GOTO 20000

ELSE

    KM2=KM3-1

    IF(KM2 > KM1)THEN

        WRITE(*,*)'MAS ECONOMICO 2',
KM1,KM2,KM3,KM4,KM4+1
        WRITE(*,*)ICOST1(KM4),NPOSI_A(KM4)

        PAUSE
        STOP
    END IF
    GOTO 20000

END IF
GOTO 20000

CLOSE(2000)
END PROGRAM BERNOULLI

```

**SUBROUTINA CURVA**

! Rutina para cálculo de costo de interrupción al consumidor

**SUBROUTINE**

CURVA(NPUNTOS,CURV,NP,CARGA\_NP,NE,INDE1,INDE2,KK,  
COSTV)

! NP = Número de puntos de carga de la red de distribución

! NE = Número de cortes asociados a cada NP

INTEGER :: NPUNTOS, I, J, NP, NE, KK

REAL, DIMENSION (500) :: CURV

REAL, DIMENSION(0:32800) :: CARGA\_NP

REAL, DIMENSION(500,32800) :: INDE1, INDE2

REAL :: SUMC1,SUMC2, ICOST, OM, COSTO,  
DURA, LAMDA

REAL, DIMENSION(32800) :: COSTV

SUMC1=0.0

DO I=1,NP

SUMC1=SUMC1+CARGA\_NP(I)

END DO

SUMC2=0.0

DO I=1,NP

DO J=1,NE

LAMDA=INDE1(I,J)

DURA=INDE2(I,J)

if(DURA > 8.0)then



---

---

```
om=(curv(5)-curv(4))/(8.0-4.0)
costo=(dura*om)+((om*(-4.0))+curv(4))

else if(dura > 0.0166 .and. dura <= 0.3333)then
om=(curv(2)-curv(1))/(0.3333-0.0166)
costo=(dura*om)+((om*(-0.0166))+curv(1))

else if(dura > 0.3333 .and. dura <= 2.0)then
om=(curv(3)-curv(2))/(2.0-0.3333)
costo=(dura*om)+((om*(-0.3333))+curv(2))

else if(dura > 2.0 .and. dura <= 4.0)then
om=(curv(4)-curv(3))/(4.0-2.0)
costo=(dura*om)+((om*(-2.0))+curv(3))

else if(dura > 4.0 .and. dura <= 8.0)then
om=(curv(5)-curv(4))/(8.0-4.0)
costo=(dura*om)+((om*(-4.0))+curv(4))

end if
! PRINT*,COSTO,LAMDA,COSTO*LAMDA,I
! PAUSE 'HIJOLE'

SUMC2=SUMC2+(COSTO*LAMDA)
END DO

END DO

! PRINT*,SUMC1,SUMC2
! PAUSE 'PUTOS'
ICOST=SUMC1*SUMC2
COSTV(KK)=ICOST

END SUBROUTINE CURVA
```